Кульчин Ю. Н., Денисов И. В., Панов А. В., Рыбальченко Н. А. Применение персептронов для нелинейной реконструктивной томографии. — Проблемы управления, 2006, № 4, с. 59–63.

### Аннотация

В статье представлены принципы решения нелинейных задач реконструктивной томографии с помощью нейронных сетей типа персептрон. Показаны особенности нейронных сетей, позволяющие значительно увеличить эффективность вычислительного процесса реконструкции исследуемых физических полей, технических и технологических объектов. Представлены пути практической реализации нейронных сетей на основе многослойного персептрона и области их применения.

### Введение

Задача томографической реконструкции функций распределения физических полей стала достаточно актуальной в последние десятилетия в связи с расширением области практического применения решений этой задачи и быстрым развитием компьютерной техники, позволяющим создавать и применять новые высокоскоростные методы обработки информации, поступающей от измерительных устройств [1].

Существующие измерительные системы различаются по видам носителей информации и используемым элементным базам в зависимости от типа и размера исследуемых объектов. Методы сбора информации измерительными системами и последующей обработки этой информации зависят от требований, предъявляемых к методам решения реконструктивной задачи.

Принципиально возможна реализация как параллельного, так и последовательного сбора информации. Первый метод позволяет осуществлять сбор больших массивов данных за один акт, но, как правило, имеет очень сложную архитектуру технической реализации. Второй метод значительно выигрывает в простоте своей архитектуры, но уступает первому в скорости обработки массивов данных, что существенно сказывается при восстановлении объектов большой протяжённости.

Различие устройств обработки собранной информации определяется выбором чисто компьютерного или предварительного аппаратного решения используемых математических алгоритмов. В первом из этих случаев математические алгоритмы реализуются в виде программ в персональном компьютере. Поэтому устройства сбора информации от детектирующих систем осуществляют простейшие преобразования данной информации в цифровую форму. Во втором случае математические алгоритмы реализуются аппаратно, осуществляя необходимые функциональные преобразования поступающей информации,

после чего обработанная информация передаётся для интерпретации и визуализации на компьютер.

Математически постановка томографической задачи заключается в восстановлении параметров исследуемых объектов по интегральным данным, поступающим от измерительных линий. Как правило, в томографической задаче число измерительных линий значительно меньше, нежели количество элементов исследуемых полей. В результате число неизвестных в уравнениях, возникающих при решении томографических задач, превосходит число уравнений, в связи с чем задача томографического восстановления функций распределения исследуемой величины по неполным интегральным данным является некорректной [2].

В настоящее время разработано большое количество алгоритмов, применяемых при восстановлении информации о параметрах распределённых физических полей. Это связано как с исключительным разнообразием самих постановок томографических задач и способов их экспериментальной реализации, так и с непрекращающимися усилиями специалистов разработать такой алгоритм, который превосходил бы имеющиеся хотя бы по одному из следующих параметров: быстродействию, требованиям к машинной памяти, разрешающей способности, контрасту, количеству необходимых проекций и т. п. [3].

Среди существующих типов томографических задач выделяются нелинейные задачи, возникающие в случае использования криволинейных измерительных линий либо при нелинейной зависимости интегральных данных от измеряемой величины, вызванной физическими характеристиками носителя сигнала. При решении нелинейных томографических задач приходится прибегать к адаптации существующих алгоритмов к условиям эксперимента, в результате чего, как правило, возрастают требования к вычислительным мощностям и одновременно снижается точность восстановления. В реальных условиях траектории измерительных линий, величина и характер влияния исследуемой характеристики объекта на уровень интегрального сигнала могут варьироваться, что также снижает точность реконструкции.

Наиболее перспективным способом решения томографических задач является использование в вычислительных процессах алгоритмов работы нейронных сетей (НС). Они обладают рядом положительных качеств, наиболее важными из которых, применительно к реконструктивной томографии, являются свойства адаптации и обобщения. Свойство адаптации НС к конкретным условиям задачи, является результатом её обучения. Обобщение обучений НС заключается в том, что она может решать задачу для первоначально неизвестных для неё распределений, принадлежащих к тому же классу, что и использовавшиеся при обучении.

Целью данной работы является представление принципов нейросетевых способов ре-

шения нелинейных задач реконструктивной томографии.

# Нейросетевые принципы обработки информации

В настоящее время существует целый ряд НС, алгоритмы работы которых позволяют осуществлять процесс реконструкции распределенных физических полей. Исследование этих НС, вопросов их применимости и оптимального функционирования после осуществления процесса обучения является открытым. Среди наиболее часто применяемых к решению томографических задач типов НС следует выделить НС типа многослойный персептрон, обладающий очень высокими потенциальными возможностями, по сравнению с другими НС.

Такая НС представляет собой однонаправленную НС, состоящую из нескольких слоёв, передача сигналов в которой производится только в одном направлении, от входного слоя к выходному, причем нейроны одного слоя связаны только с нейронами последующего, по ходу распространения сигналов, слоя и не связаны друг с другом в одном слое [4]. Персептроны бывают однослойными, с простой, прозрачной архитектурой и ограниченными возможностями. Как правило, такие НС применяются для частной классификации гладких функций. Так как данная линейная разделимость ограничивает возможности персептронного представления [5], то применяют дополнительные слои, образующие многослойные НС типа персептрон, применяющиеся для общей классификации выпуклыми областями [6].

Рис. 1 иллюстрирует архитектуру трёхслойного персептрона, который чаще всего применяется для решения томографических задач. Первый слой нейронов выступает в качестве входа НС, формируя входной вектор  $\mathbf{X} = \{x_1, x_2, K \ x_K\}$ , где  $x_1, x_2, K \ x_K$  – интегральные данные, снимаемые с выходов измерительной системы, K – число нейронов во входном слое, равное числу измерительных линий. Первый слой НС не несёт кроме этого никакой иной функциональной нагрузки. Второй слой нейронов сети (так называемый скрытый слой) осуществляет преобразование вида

$$s_{j} = f\left(\sum_{k=1}^{K} \overline{w}_{jk} x_{k}\right) + \overline{\theta}_{j}, \quad j = 1, 2K J,$$

$$\tag{1}$$

где  $s_j$  — выходные состояния нейронов второго слоя,  $\overline{w}_{jk}$  — коэффициенты матрицы межнейронных связей первого и второго слоев, определяющие связь между k -ым нейроном первого слоя и j-тым нейроном второго слоя,  $\overline{\theta}_j$  — пороговые уровни скрытого слоя, J — число нейронов во втором слое, f — эмпирически подбираемая функция активации, в качестве которой используются линейные, сигмоидные (например, униполярная сигмоида или гиперболический тангенс), радиально-базисные зависимости. Выходной слой обычно

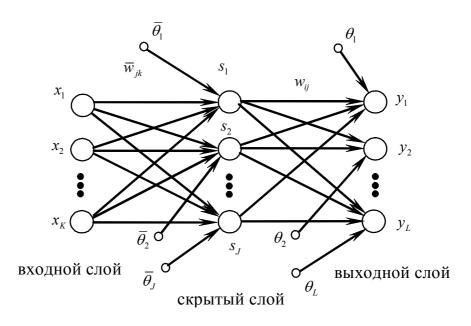


Рис. 1. Схематическое изображение НС типа персептрон с тремя слоями нейронов

осуществляет линейное преобразование вида:

$$y_i = \sum_{j=1}^{J} w_{ij} s_j + \theta_i, \ i = 1, 2K L,$$
 (2)

где  $y_j$  – активации нейронов выходного слоя,  $w_{ij}$  – коэффициенты матрицы межнейронных связей второго и третьего слоев,  $\theta_i$  – пороговые уровни для выходного слоя, L – число нейронов в третьем слое. Количество нейронов в каждом из слоёв обычно выбирается в соответствии с условиями решаемой задачи.

Процесс подбора элементов матрицы связей и векторов пороговых значений  $\overline{w}_{jk}$ ,  $w_{ij}$ ,  $\overline{\theta}_j$ ,  $\theta_i$  при минимизации ошибки рассогласования требуемых выходных значений с получаемыми для решения какой-либо задачи называется обучением нейронной сети. Обучение персептрона производится с помощью обучающих образов — набора пар входных векторов нейросети  $\mathbf{X}$  и соответствующих им заранее известных выходных векторов  $\mathbf{Y} = \{y_1, y_2, \mathbf{K}, y_L\}$ .

Обучение персептрона представляет собой оптимизационную задачу, которая часто решается при помощи таких методов, как: градиентные, имитация отжига [7], их комбинаций и др. Как было показано в работах [8, 9], основанных на теореме Колмогорова [10], персептрон с нелинейной монотонной функцией активации, имеющей конечные значения, способен с заданной точностью производить аппроксимацию различных функций, а значит решать и задачу реконструктивной томографии.

### Применения НС для решения реконструктивных задач

Наиболее показательными применениями НС типа персептрон для решения представленной задачи является реконструкция данных радиочастотной, волоконно-оптической и ультразвуковой томографии.

Радиочастотная томография представляет собой метод получения информации о распределении электромагнитных характеристик внутри некоторого объекта. Чаще всего используется электроимпедансная томография (ЭИТ), которая применятся в медицине, для исследования комплексных потоков газов или жидкостей в трубах, в геофизике и т.д. Задача реконструкции распределения исследуемой величины здесь представляет собой сложную нелинейную проблему, для решения которой с первой половины 90-х годов были предложены HC. На первых этапах это были простые HC типа ADALINE, которые обеспечивали весьма грубое восстановление образа [11]. Далее НС типа персептрон с одним скрытым слоем двухсигмоидальных активационных функций использовались для восстановления и одновременной классификации моделируемых трёхкомпонентных потоков, протекающих по трубам кругового сечения [12]. Для восстановления моделируемых электроимпедансных сигналов в работах [13] и [14] использовались линейные и нелинейные НС типа персептрон, соответственно. Использование такого подхода позволило авторам существенно снизить требования к вычислительным ресурсам, что, однако, уменьшило обобщающие способности НС. Более сложная задача восстановления распределений электрического импеданса, получаемых при медицинском исследовании пациентов решалась применением двухслойной линейной НС и персептроном, описываемым уравнениями (1), (2) [15]. Для обучения использовались наборы обучающих образов из 1,5-2 тысяч обучающих образов, в которые добавлялся шумовой сигнал, величина которого составляла порядка одного процента от максимального уровня входного сигнала. Для обучения использовался метод обратного распространения ошибки с оптимизацией методом сопряжённых градиентов. Для более эффективного обучения НС, решающих обратную задачу ЭИТ, кроме градиентной оптимизации при обучении многослойного персептрона, показан байесовский подход [16]. Как показано в работе [17] НС, обученная байесовским способом более точно по сравнению с градиентным восстанавливает моделируемые распределения, отображающие формирование газового пузырька внутри трубы с жидкостью (двухкомпонентная среда).

Волоконно-оптическая томография представляет собой метод восстановления информации о параметрах физических полей (температурных, деформационных и др.), по данным, снимаемым с волоконно-оптических измерительных линий (ВОИЛ), уложенных в соответствии с выбранной схемой сканирования и образующих волоконно-оптическую измерительную сеть (ВОИС) [18]. Измерительная сеть вместе с устройствами ввода опти-

ческого излучения и обработки снимаемой информации образуют волоконно-оптическую измерительную систему. В связи с тем, что оптические сигналы на выходе ВОИЛ образуют массив данных, содержащий информацию о параметрах физических полей, чрезвычайно важным является оперативная обработка изменяющихся оптических сигналов со всех линий измерительной системы. ВОИС обладают рядом исключительных преимуществ, связанных с широко известными особенностями волоконно-оптической элементной базы по сравнению с устройствами на основе других элементных баз: широкая полоса пропускания волоконных световодов, их нечувствительность к электромагнитным помехам и малые массогабариты. Волоконные световоды являются диэлектриками и их использование безопасно с точки зрения пожарной и электрической безопасности [19].

В работах [20-22, 25, 29] представлены результаты восстановления исследуемого распределения с помощью линейного персептрона. Обучение НС и восстановление тестовых образов производилось для гладких распределений с дельта-правилом модификации элементов матрицы связей  $w_{ij}$ :

$$\Delta w_{ij} = \varepsilon x_i (y_j - \mathcal{Y}_j), \tag{3}$$

где  $\varepsilon$  – параметр, задающий скорость обучения,  $x_i$  – состояние нейрона i входного слоя,  $f_i$  – значения выходов нейросети для обучающего образа. В работах [21, 23] найдено выражение для нахождения оптимального значения  $\varepsilon$  для линейного персептрона. Результаты восстановления моделируемого тестового образа размерами  $8 \times 8$ , полученные в работе [20] представлены на рис. 2. Для этого проведено моделирование двухслойной НС типа персептрон с 31 входным и 64 выходными нейронами. Формирование матрицы связей при этом потребовало 22500 циклов при 32 обучающих парах.

На основе проведённого ранее моделирования авторами [22] представлена НС, реализованная на базе набора амплитудных голограмм, записываемых на дисковом голографическом носителе, предназначенная для обработки выходных данных распределённой ВОИС. Экспериментально показано, что данная система позволяет осуществлять восстановление функций пространственного распределения исследуемой физической величины с погрешностью в отдельной точке не более 20%. В дальнейшем [24, 25] для решения данной томографической задачи использовалась модель трёхслойного персептрона с активационной функцией гиперболического тангенса в нелинейном внутреннем слое. Точность восстановления распределения исследуемого физического поля определялась качеством обучения НС. Ошибка рассогласования между истинным и восстановленным распределениями определялась выражением:

$$D = \frac{1}{2} \sum_{\mu,i} \left( y_i^{\mu} - \hat{y}_i^{\mu} \right)^2 \,, \tag{4}$$

где  $\mu$  — номер пары входного и выходного векторов из обучающей страницы,  $\frac{9}{6}$  — требуемое состояние соответствующего выходного нейрона. Сочетание градиентных методов и моделирования отжига позволили обеспечить эффективное обучение HC.

В работе [25] с целью более эффективного обучения НС в обучающие образы добавлялся шум, моделирующий случайные ошибки, возникающие при измерениях, ограниченную точность датчиков и т. п. Для этого множество обучающих образов было расширено (увеличено в три раза), за счёт добавки в него векторов, формируемых следующим образом:

$$\mathcal{Y}_{\text{poise}}^{\mu} = \mathcal{Y}_{\rho}^{\mu} \left( 1 + \eta \right), \tag{5}$$

где  $\mathcal{Y}_{\ell,\text{noise}}^{\ell}$  — обучающий образ с шумовой добавкой,  $\eta$  — случайное число из интервала  $[-\varepsilon,\varepsilon]$ ,  $\varepsilon$  — «интенсивность шума». Авторами подробно исследовано влияние «интенсивности шума» на скорость и качество обучения персептрона, а также на точность восстановления тестовых образов.

Наличие у разных НС как положительных, так и отрицательных сторон, стимулирует исследователей комбинировать их с другими математическими алгоритмами. Так, в работе [26] авторами успешно продемонстрирован перспективный алгоритм на основе комбинации приближенных алгебраических методов обработки информации с ВОИС и НС типа

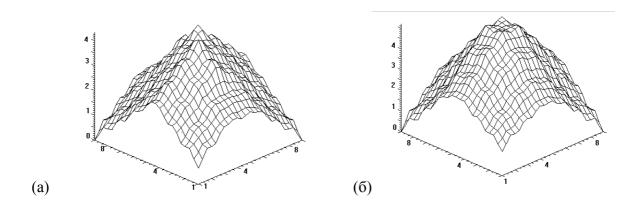


Рис. 2. Оригинальное распределение (a) и результат его восстановления персептроном с линейной функцией активации (б) [23]

персептрон, имеющей 31 нейрон на входе и 64 нейрона на выходе.

Следует также отметить исследования по применению HC типа многослойный персептрон для восстановления данных ультразвуковой томографии. Авторы [27] применили эти HC к восстановлению моделируемых и экспериментальных данных для распределения  $4 \times 4$  пикселя. Данная HC оказалась способной обнаруживать воздействия в исследуемой области, однако его локализация была весьма приблизительной, что можно объяснить ограниченными вычислительными ресурсами, недостаточными для обучения нейросети.

### Заключение

Как следует из изложенного выше, НС могут применяться для решения обратных задач томографии. Для решения этих задач эффективно использование НС типа многослойный персептрон. К достоинствам персептрона при решении задач реконструктивной томографии можно отнести высокую скорость обработки данных, способность обобщения, простую структуру самой сети, которая может быть изготовлена на базе как электронных, так и оптических элементов. К недостаткам этих НС относят необходимость использования большого количества обучающих образов и длительность процесса обучения. Следует отметить, что если необходима одновременная классификация обрабатываемых данных, то эта задача может также быть решена с помощью персептрона. Однако методы подбора обучающих выборок и комбинирование этой НС с другими вычислительными алгоритмами требуют дальнейшего исследования.

Следует отметить достоинства оптических способов реализации НС, решающих томографическую задачу, в частности с помощью голограмм [22], а также реализацию персептрона в виде набора оптических нейрочипов, выполненных на основе плоских волноводов и призм [28], позволяющих осуществлять параллельную обработку интегральных данных.

## Список литературы

- 1. Наттерер Ф. Математические аспекты компьютерной томографии. Пер. с англ. М.: Мир, 1990. 280 с.
- 2. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1986. 288 с.
- 3. Хермен Г. Восстановление изображений по проекциям: Основы реконструктивной томографии. М.: Мир, 1983. 152 с.
- 4. B. Widrow, M. A. Lehr. 30 years of adaptive neural networks: perceptron, madaline, and backpropagation // Proc. IEEE. 1990. V. 78. No. 9. P. 1415-1442.
- 5. Минский M., Пайперт С. Персептроны. Пер. с англ. M.: Мир, 1971. 261 с.
- 6. Уоссерман Ф. Нейрокомпьютерная техника. Теория и практика. М.: Мир, 1992. 240 с.
- 7. S. Kirkpatrick, C.D. Gelatt, M.P. Vecchi. Optimization by simulated annealing // Science. 1983. V. 220. No. 4598. P. 671-680.
- 8. K. Funahashi. On the approximate realization of continuous mapping by neural networks // Neural Networks. 1989. V. 2. P. 183-192.

- 9. K. Hornik, M. Stinchcombe, H. White. Multilayer feedforward networks are universal approximators // Neural Networks. 1989. V. 2. P. 359-366.
- 10. А. Н. Колмогоров. О представлении непрерывных функций нескольких переменных суперпозициями непрерывных функций меньшего числа переменных // Докл. АН СССР. -1957. -T. 114. -№ 5. -C. 953-956.
- 11. A. Adler, R. Guardo. A neural network image reconstruction technique for electrical impedance tomography // IEEE Trans. Med. Imag. 1994. V. 3. P594-600.
- 12. A. Y. Nooralahiyan, B. S. Hoyle. Three-component tomographic flow imaging using artificial neural network reconstruction // Chemical Engineering Science. 1997. V. 52. P. 2139-2148.
- 13. E. Ratajwicz-Mikołajczak, G. H. Shirkoohi, J. Sikora. Two ANN Reconstruction methods for electrical impedance tomography // IEEE Trans. Magn. 1998. V. 34. P. 2964-2967.
- 14. A. Netajatali, I. R. Ciric. An Iterative algorithm for electrical impedance imaging using neural networks // IEEE Trans. Magn. 1998. V. 34. V. 2940-2943.
- 15. А. В. Коржаневский. Нейросетевые алгоритмы решения обратных проблем в радиочастотной томографии // Нейрокомпьютеры: разработка и применение. 2002. —№ 9-10. С. 26-33.
- 16. Neal R. M. Bayesian Learning for Neural Networks. Lecture Notes in Statistics. Springer-Verlag, 1996. V. 118.
- 17. A. Vehtari, J. Lampinen. Bayesian MLP neural networks for image analysis // Pattern Recognition Letters. 2000. V. 21. P. 1183-1191.
- 18. Кульчин Ю. Н. Распределенные волоконно-оптические измерительные системы. М.: Физматлит, 2001. 272 с.
- 19. Снайдер А., Лав Д. Теория оптических волноводов. Пер. с англ. М: Мир, 1987.
- 20. Yu. Kulchin, O. Kamenev. Self-training neural network model for real time tomography data processing // Lazer Biology. 1995. V. 4. No. 2. P. 625-629.
- 21. Yu. Kulchin, O. Vitrik, Yu. Petrov, O. Kirichenko, O. Kamenev, R. Romashko, I. Denisov. Holographic neural network for processing of signals of distributed optical fiber measuring networks with the tomographic principle of data gathering // Optical Memory & Neural Networks. 1997. V. 6. No. 2. P. 149-156.
- 22. Ю. Н. Кульчин, И. В. Денисов, О. Т. Каменев. Оптоэлектронная нейроподобная система обработки выходных данных волоконно-оптической измерительной сети // ПЖТФ. 1999. Т. 25. Вып. 6. С. 65-70.
- 23. Yu. N. Kulchin, I. V. Denisov, E. V. Denisova. Selection of optimal parameter of speed of training of neural network perceptron type // Proc. SPIE. 2003. V. 5129. P. 162-167.
- 24. Yu. N. Kulchin, A. V. Panov. Neural network for reconstruction of signal from distributed measuring system of optical amplitude sensors // Pacific Science Review. 2001. V. 3. P. 1-4.
- 25. I. V. Denisov, O. T. Kamenev, A. Yu. Kim, Yu. N. Kulchin, A. V. Panov. Neural data processing method for fiber-optic distributed measuring systems // Optical Memory & Neural Networks. 2003. V. 12. No. 3. P. 165-172.
- 26. Yu. N. Kulchin, E. V. Denisova, I. V. Denisov. Application of algebraic and neural-like methods for reconstruction of distribution functions of physical fields // Optical Memory & Neural Networks. 2003. V. 12. No. 4. P. 283-297.
- 27. D. A. Hutchins, J. T. Mottram, E. L. Hines, P. Corcoran, D. M. Anthony. A neural network approach to ultrasonic tomography // Proc. IEEE. 1992. V. 1. 365-368.
- 28. Yu. N. Kulchin, I. V. Denisov, E. V. Denisova, E. N. Piskunov. Prismatic neural chip for distributed measuring networks // Optical Memory & Neural Networks. 2003. V. 12. No. 3. P. 237-242.
- 29. Yuri N. Kulchin, Igor V. Denisov, Victor A. Sedov, Nelli A. Rybalchenko. Architecture of the neural-like photosensitive system for solution of the fiber-optic tomography problem // Proc. SPIE. 2005. V. 5851. P. 263-266.