

Л. Л. Афремов, А. В. Панов

---

**ЗАДАЧИ ПО ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ  
СПЛОШНЫХ СРЕД.  
МАГНИТОСТАТИЧЕСКОЕ  
ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЧАСТИЦ**

Владивосток  
Издательство Дальневосточного университета  
2005

ББК 22.334

А 94

Афремов Л. Л., Панов А. В.

А 94 **Задачи по электродинамике сплошных сред. Магнито-статическое взаимодействие частиц.** — Владивосток: Изд-во Дальневост. ун-та, 2005. — 15 с.

В методическом пособии приведены задачи по электродинамике сплошных сред. Представлены задачи к разделу «Магнито-статическое взаимодействие частиц», посвящённые изучению магнито-статического взаимодействия в системах однородных и неоднородных по химическому составу однодоменных частиц и расчёту их намагниченности.

Рекомендуется студентам физических специальностей.

А  $\frac{1704040000}{180(03) - 05}$

ББК 22.334

© Афремов Л. Л., 2005

© Панов А. В., 2005

**Задача 1.** В приближении малой концентрации ферромагнетика рассчитать функцию распределения по проекциям поля магнитоэстатического взаимодействия системы  $N$  однодоменных частиц, хаотически распределённых в объёме  $V$ .

Рассмотрим  $N + 1$  однодоменных зёрен, которые хаотически распределены в объёме  $V$  немагнитной матрицы. Тогда характеристическую функцию проекции случайного поля магнитоэстатического взаимодействия  $\mathbf{H}_i$  на произвольное направление  $\mathbf{l}$  ( $|\mathbf{l}| = 1$ ) можно представить в виде:

$$F(\rho) = \frac{1}{V^N} \left\{ \int \exp(i\rho H) \tau(\mathbf{m}) d\mathbf{m} dV \right\}^N, \quad (1.1)$$

где  $\tau(\mathbf{m}) d\mathbf{m}$  — функция распределения по магнитным моментам  $\mathbf{m}$  частиц,

$$H = (\mathbf{H}, \mathbf{l}) = \frac{m}{r^3} [3(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\rho})(\mathbf{l}, \boldsymbol{\rho}) - (\boldsymbol{\mu}, \mathbf{l})], \quad (1.2)$$

где  $\boldsymbol{\mu}$  и  $\boldsymbol{\rho}$  — единичные векторы магнитного момента  $\mathbf{m}$  и радиус-вектора  $\mathbf{r}$  соответственно. Приближение точечного диполя, которое используется для расчёта случайного поля взаимодействия, с большой степенью точности выполняется на расстояниях, вдвое превышающих размеры частицы, что соответствует объёмной концентрации ферромагнетика  $c < 2^{-3}$ .

Если при достаточно больших  $N$  ( $N \rightarrow \infty$ ) концентрация частиц  $n = N/V$  конечна, то характеристическая функция может быть определена следующим образом:

$$F(\rho) = \exp \left\{ n \int (1 - e^{i\rho H}) \tau(\mathbf{m}) d\mathbf{m} dV \right\}. \quad (1.3)$$

Замена в (1.3)  $r$  на  $y = 1/r^3$  и интегрирование по  $y$  позволяет привести характеристическую функцию к виду:

$$F(\rho) = \exp \{i(A\rho) - (B|\rho|)\}. \quad (1.4)$$

Выражение (1.4) является характеристической функцией распределения Коши:

$$W(H) = \frac{1}{\pi} \frac{B}{B^2 + (H - A)^2}. \quad (1.5)$$

В наиболее простом варианте, когда магнитные моменты  $\alpha N$  зёрен ориентированы по  $\mathbf{l}$ , а  $\beta N$  — против  $\mathbf{l}$ , нетрудно провести расчёт параметров распределения (1.5):

$$A = (3.4 - N_m) I_s [(\alpha - \beta) c], \quad (1.6)$$

$$B = 5 I_s c, \quad (1.7)$$

где  $N_m$  — размагничивающий фактор.

**Задача 2.** В приближении малой концентрации ферромагнетика рассчитать функцию распределения по проекциям поля магнитостатического взаимодействия системы  $N$  сферических однодоменных частиц радиуса  $r_0$ , хаотически распределённых в плоском слое толщиной  $2r_0$ . Рассмотреть два случая: поле взаимодействия проектируется на поверхность слоя либо перпендикулярно ей.

Воспользуемся выражением для характеристической функции (1.3), заменив в нём объёмную концентрацию  $n$  на  $n_2 = N/S$ ,  $dV$  на  $dS$ , где  $S$  — площадь поверхности слоя. После интегрирования по поверхности (1.3) можно привести к виду

$$F(\rho) = \exp \left\{ i (A_2 \rho)^{2/3} \text{sign } \rho - (B_2 |\rho|)^{2/3} \right\}, \quad (2.1)$$

$$A_2 = \left\{ \frac{3\pi n_2}{4 \cos \frac{\pi}{3} \Gamma \left( \frac{2}{3} \right)} \int (D \text{sign } \rho)^{2/3} \text{sign } (\rho D) \tau(\mathbf{m}) d\mathbf{m} d\varphi \right\}^{\frac{3}{2}}, \quad (2.2)$$

$$B_2 = \left\{ \frac{3\pi n_2}{4 \sin \frac{\pi}{3} \Gamma \left( \frac{2}{3} \right)} \int (D \text{sign } \rho)^{2/3} \tau(\mathbf{m}) d\mathbf{m} d\varphi \right\}^{\frac{3}{2}}, \quad (2.3)$$

где  $D = m [3(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\rho})(\mathbf{l}, \boldsymbol{\rho}) - (\boldsymbol{\mu}, \mathbf{l})]$ ,  $\Gamma(n)$  — гамма-функция,  $\varphi$  — полярный угол. Если магнитные моменты  $\alpha N$  зёрен ориентированы по  $\mathbf{l}$ , а  $\beta N$  — против  $\mathbf{l}$ , то (2.2) и (2.3) можно представить следующим образом

$$A_2 = a_2 I_s [(\alpha - \beta)c]^{3/2}, \quad (2.4)$$

$$B_2 = b_2 I_s c^{3/2}, \quad (2.5)$$

где  $a_2 = 27.4$ ,  $b_2 = 11.9$ , если вектор  $\mathbf{l}$  перпендикулярен слою, и  $a_2 = 9.4$ ,  $b_2 = 10.4$ , если вектор  $\mathbf{l}$  параллелен ему,  $c = N/(2r_0 S)$  — объёмная концентрация ферромагнетика.

Результаты численного расчёта функции распределения полей взаимодействия, определяемой соотношениями (2.2), (2.4) и (2.5),

$$W_2(H) = \frac{1}{\pi} \int \exp \left\{ -(B_2 \rho)^{2/3} \right\} \cos \left\{ \rho H + (A_2 \rho)^{2/3} \text{sign } D \right\} d\rho \quad (2.6)$$

представлены на рис. 1.

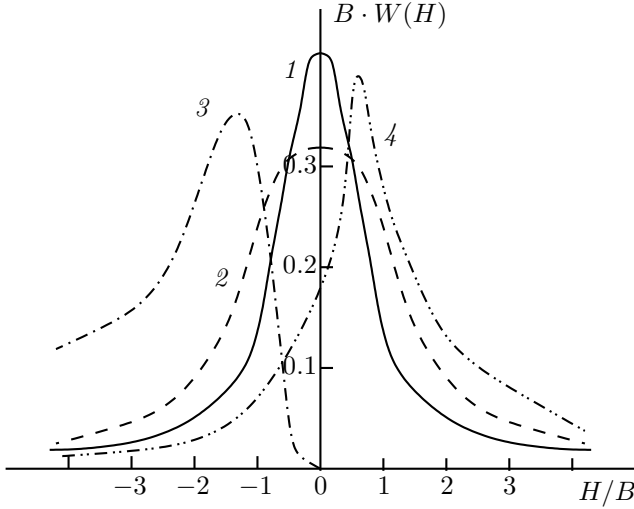


Рис. 1. Функции распределения проекции поля взаимодействия  $W(H)$  для тонкого слоя. Кривая 1 — распределение по  $H$  в размагниченном состоянии, кривая 2 — распределение Коши. Кривые 3 и 4 — распределения при намагничивании до насыщения перпендикулярно и параллельно слою соответственно.

**Задача 3.** В приближении малой концентрации ферромагнетика рассчитать функцию распределения по проекциям поля магнитостатического взаимодействия линейной цепочки  $N$  хаотически распределённых сферических однодоменных частиц радиуса  $r_0$ . Рассмотреть два случая: поле взаимодействия параллельно оси цепочки и перпендикулярно ей.

Также как и в задаче 2 заменим  $n$  на  $n_1 = N/L$ ,  $dV$  на  $dL$ , где  $L$  — длина цепочки. В этом случае

$$F(\rho) = \exp \left\{ i (A_1 \rho)^{1/3} \operatorname{sign} \rho - (B_1 |\rho|)^{1/3} \right\}, \quad (3.1)$$

$$A_1 = \left\{ \frac{3\pi n_1}{2 \cos \frac{\pi}{6} \Gamma \left( \frac{1}{3} \right)} \int (D \operatorname{sign} \rho)^{1/3} \tau(\mathbf{m}) d\mathbf{m} \right\}^3, \quad (3.2)$$

$$B_1 = \left\{ \frac{3\pi n_1}{2 \sin \frac{\pi}{6} \Gamma \left( \frac{1}{3} \right)} \int (D \operatorname{sign} \rho)^{1/3} \tau(\mathbf{m}) d\mathbf{m} \right\}^3. \quad (3.3)$$

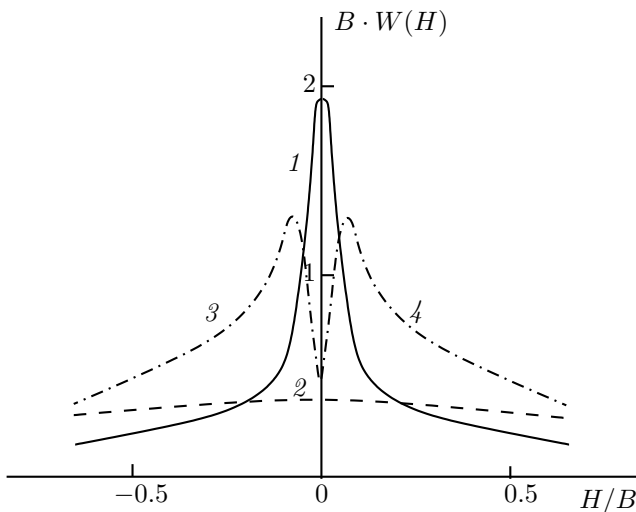


Рис. 2. Функции распределения проекции поля взаимодействия  $W(H)$  для цепочки. Кривая 1 — распределение по  $H$  в размагниченном состоянии, кривая 2 — распределение Коши. Кривые 3 и 4 — распределения по  $H$  при намагничивании до насыщения перпендикулярно и параллельно цепочке соответственно.

В приближении модели Изинга: магнитные моменты  $\alpha N$  зёрен ориентированы по  $\mathbf{l}$  и  $\beta N$  — против  $\mathbf{l}$ , имеем

$$A_1 = a_1 I_s [(\alpha - \beta)c]^3, \quad B_1 = b_1 I_s c^3, \quad (3.4)$$

где  $a_1 = 4.6$ ,  $b_1 = 22.8$ , если  $\mathbf{l}$  перпендикулярен оси цепочки, и  $a_1 = 9.2$ ,  $b_1 = 45.6$ , если  $\mathbf{l}$  параллелен цепочке,  $c = N/(\pi r_0^2 L)$  — объёмная концентрация ферромагнетика.

Численный расчёт

$$W(H) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \exp \left\{ -(B_1 \rho)^{1/3} \right\} \cos \left\{ \rho H + (A_1 \rho)^{1/3} \right\} d\rho \quad (3.5)$$

представлен на рис. 2.

**Задача 4.** В приближении большой концентрации ферромагнетика рассчитать функцию распределения по проекциям поля магнитостатического взаимодействия системы  $N$  однодоменных частиц, хаотически распределённых по плоской поверхности. Рассмотреть два случая: поле взаимодействия проектируется на поверхность либо перпендикулярно ей.

Воспользуемся разложением в ряд

$$e^{i\rho H} = 1 + i\rho H + \frac{1}{2!}(i\rho H)^2 + \frac{1}{3!}(i\rho H)^3 + \frac{1}{4!}(i\rho H)^4 + \dots \quad (4.1)$$

и представим выражение (1.1) в виде

$$F(\rho) = \exp \left\{ -i\rho\lambda_1 + \frac{1}{2}\rho^2\lambda_2 + \frac{1}{6}i\rho^3\lambda_3 - \frac{1}{24}\rho^4\lambda_4 \right\}, \quad (4.2)$$

где  $\lambda_k$  — моменты  $k$ -го порядка:

$$\lambda_k = n_2 \int \left( \frac{D}{r^3} \right)^k \tau(\mathbf{m}) d\mathbf{m} dS. \quad (4.3)$$

Здесь приняты обозначения задачи 2. Если

$$\lambda_3 \ll 3\lambda_3^{2/3} \text{ и } \lambda_4 \ll 12\lambda_2^2, \quad (4.4)$$

то выражение 4.2 можно представить в виде характеристической функции

$$F(\rho) = \exp \left\{ -i\rho\lambda_1 + \frac{1}{2}\rho^2\lambda_2 \right\}, \quad (4.5)$$

соответствующей гауссовой функции распределения по случайным полям взаимодействия:

$$W(H) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\lambda_2}} \exp \left\{ -\frac{(H - \lambda_1)^2}{2\lambda_2} \right\}, \quad (4.6)$$

где

$$\lambda_1 = dcI_s(\alpha - \beta), \quad \lambda_2 = e\sqrt{c}I_s, \quad (4.7)$$

$d = -6.2$ ,  $e = 0.9$ , если  $\mathbf{l}$  перпендикулярен тонкому слою и  $d = 3.1$ ,  $e = 1.1$ , если  $\mathbf{l}$  параллелен ему. Отметим также, что 4.4 выполняется, если  $c \gg 0.03$ .

**Задача 5.** В приближении малой концентрации ферромагнетика рассчитать функцию распределения по проекциям поля магнитостатического взаимодействия системы  $N$  двухфазных частиц, хаотически распределённых в объёме  $V$ .

Рассмотрим ансамбль из  $N+1$  двухфазных частиц (см. задачи 8–11 [1]), хаотически рассеянных в немагнитной матрице, взаимодействующих между собой дипольно. Предположим, что рассматриваемая нами частица находится в начале системы координат. При известном распределении частиц по объёму, когда в каждом элементарном объёме  $dV_i$  можно найти

частицу с магнитным моментом  $m_i$ , вероятность обнаружить в начале координат проекцию поля взаимодействия  $H'$  на выделенное внешним полем  $\mathbf{H}$  направление  $\mathbf{l}_0$ , в интервале  $H'$ ,  $H' + dH'$ , равна:

$$\delta \left[ H' - \sum_{i=1}^N \varphi_i(\mathbf{m}_i, \mathbf{r}_i) \right] dH',$$

где  $\varphi_i$  — проекция на  $\mathbf{l}_0$  поля, создаваемого частицей с магнитным моментом  $\mathbf{m}_i$ , расположенной в точке  $\mathbf{r}_i$ . Тогда полная вероятность того, что поле лежит в интервале  $H'$ ,  $H' + dH'$  определяется следующим образом:

$$W(H') dH' = \frac{1}{V^N} \int \delta \left( H' - \sum \varphi_i \right) \prod_{i=1}^N \tau(\mathbf{m}_i) d\mathbf{m}_i dV_i, \quad (5.1)$$

где  $\frac{dV_i}{V} \tau(\mathbf{m}_i) d\mathbf{m}_i$  — вероятность частицы с магнитным моментом  $\mathbf{m}_i$ ,  $\mathbf{m}_i + d\mathbf{m}_i$  попасть в элемент объёма  $dV_i$ ,  $\tau(\mathbf{m}_i)$  — функция распределения частиц в образце по величине и направлению магнитного момента  $\mathbf{m}$ , которая в случае, когда магнитный момент зерна ориентирован по или против направления, выделяемого внешним полем, может быть выражена через заселённости магнитных состояний  $N_i$  (см. задачу 11 [2]):

$$\begin{aligned} \tau(\mathbf{m}_i) d\mathbf{m}_i = & \int \{ N_{1i}(H' + H) \delta(m_i - m_1) \delta(\gamma_i) + \\ & + N_{2i}(H' + H) \delta(m_i - m_2) \delta(\gamma_i) + N_{3i}(H' + H) \delta(m_i - m_1) \delta(\gamma_i - \pi) + \\ & + N_{4i}(H' + H) \delta(m_i - m_2) \delta(\gamma_i - \pi) \} dm_i \frac{d\gamma_i}{2\pi} W(H') dH', \quad (5.2) \end{aligned}$$

где  $\gamma_i$  — угол между направлением  $\mathbf{m}_i$  и  $\mathbf{l}_0$ ,

$$m_1 = a^3 q [I_{s1}(1 - \varepsilon) + I_{s2}\varepsilon], \quad m_2 = a^3 q [I_{s1}(1 - \varepsilon) - I_{s2}\varepsilon]$$

— магнитные моменты соответствующих частиц с параллельной и антипараллельной ориентацией намагниченностей фаз. Характеристическая функция

$$A(\rho) = \int W(H') \exp(i\rho H') dH',$$

представляющая собой преобразование Фурье функции  $W(H')$ , имеет вид

$$A(\rho) = \frac{1}{V^N} \int \cdots \int \exp \left( i\rho \sum_i \varphi_i \right) \prod_i \tau(\mathbf{m}_i) d\mathbf{m}_i dV_i. \quad (5.3)$$

Используя условие нормировки  $\int \tau(\mathbf{m}_i) d\mathbf{m}_i$ , а также полагая, что при  $N \rightarrow \infty$ ,  $n$  — число частиц в единице объёма, остаётся неизменным (приближение малых концентраций), выражение (5.3) можно записать:

$$A(\rho) = \left[ 1 - \frac{n}{N} \int (1 - \exp(i\rho\varphi)) \tau(\mathbf{m}) d\mathbf{m} dV \right]^N \rightarrow \exp\{-c(\rho)\}, \quad (5.4)$$

$$c(\rho) = n \int dV \int (1 - \exp(i\rho\varphi)) \tau(\mathbf{m}) d\mathbf{m}, \quad (5.5)$$

$$\varphi = -\frac{m \cos \gamma (1 - 3 \cos^2 \theta)}{r^3}, \quad (5.6)$$

где  $\theta$  — угол между направлением  $\mathbf{l}_0$  и радиусом-вектором частицы.

Интегрирование в выражении (5.5) приводит к результату:

$$c(\rho) = n \int [N_1 I_-(m_1, \rho) + N_2 I_-(m_2, \rho) + N_3 I_+(m_1, \rho) + N_4 I_+(m_2, \rho)] W(H') dH', \quad (5.7)$$

где

$$I_{\pm}(m, \rho) = \int \left\{ 1 - \exp \left[ \pm \frac{i\rho m}{r^3} (1 - 3 \cos^2 \theta) \right] \right\} dV. \quad (5.8)$$

Учитывая, что  $I_{\pm}(m, \rho) = bm|\rho| \pm iam\rho$ , где  $b \approx 5$ ,  $a = 4\pi/3 - N + 4\pi/15$ ,  $N$  — размагничивающий коэффициент, приходим к функции распределения, описываемой законом Коши:

$$W(H') dH' = \frac{dH'}{\pi B \left\{ 1 + \left[ \frac{H' + aI}{B} \right]^2 \right\}}, \quad (5.9)$$

где параметр распределения  $B$  и намагничённость  $I$  определяются с помощью системы уравнений:

$$\begin{aligned} B &= bn \int [(N_1 + N_3)m_1 + (N_2 + N_4)|m_2|] W(H') dH', \\ I &= n \int [(N_1 - N_3)m_1 + (N_2 - N_4)m_2] W(H') dH'. \end{aligned} \quad (5.10)$$

Полученная система уравнений в совокупности с соотношениями, определяющими вектор заселённости  $\mathbf{N}$  (см. задачу 11 [2]), позволяет оценить параметр распределения Коши  $B$  и рассчитать величину намагничённости  $I$ .

**Задача 6.** В приближении малой концентрации ферромагнетика рассчитать функцию распределения по модулю поля магнитостатического взаимодействия системы  $N$  однодоменных частиц, хаотически распределённых в объёме  $V$ .

В приближении хаотичности направлений вектора случайного поля взаимодействия  $\mathbf{H}_i$  функцию распределения по вектору  $\mathbf{H}_i$  можно представить в следующем виде

$$F(\mathbf{H}_i) d\mathbf{H}_i = \frac{1}{4\pi} \omega(H_i) \sin \alpha d\alpha d\lambda dH_i, \quad (6.1)$$

$\omega(H_i)$  — функция распределения по модулю  $\mathbf{H}_i$ ,  $\alpha$  и  $\lambda$  определяют ориентацию  $\mathbf{H}_i$  относительно внешнего поля  $\mathbf{H}$ . Интегрируя (6.1) по  $\lambda$ , а также считая, что одинаковую проекцию на поле  $\mathbf{H}$  имеют все векторы с одинаковым значением  $H \cos \alpha$  (при  $H > 0$ ), можно определить число частиц, которые на фазовой плоскости  $\{H_i, \cos \alpha\}$  лежат в области, ограниченной гиперболами  $H_i \cos \alpha = H_l + dH_l$ ,  $H_i \cos \alpha = H_l$  и линией  $\cos \alpha = 1$ . Это означает, что

$$W(H_l) dH_l = \int_{H_l}^{\infty} \frac{1}{2} \omega(H_i) \frac{dH_i}{H_i} \quad (6.2)$$

или

$$\omega(H_i) = -2H_l \frac{dW}{dH_l}, \quad (6.3)$$

где  $W(H)$ , в приближении малой концентрации ферромагнетика описывается законом Коши

$$W(H_l) = \frac{B}{\pi(B^2 + H_l^2)}. \quad (6.4)$$

Тогда

$$\omega(H_i) = \frac{4BH_i^2}{\pi(B^2 + H_i^2)^2}. \quad (6.5)$$

**Задача 7.** Рассчитать нормальную остаточную намагниченность системы однодоменных сферических частиц. Считать, что объёмная концентрация частиц мала ( $c \ll 1$ ) и их объёмом можно пренебречь. В расчётах принять, что функция распределения по полям взаимодействия описывается законом Коши.

В системе взаимодействующих частиц необходимо учитывать случайное поле взаимодействия  $\mathbf{H}_i$ , поэтому в условии перемагничивания должна входить векторная сумма  $\mathbf{H} + \mathbf{H}_i$ :

$$H_0 \leq \frac{|\mathbf{H} + \mathbf{H}_i|}{\left(\cos^{2/3} \theta + \sin^{2/3} \theta\right)^{3/2}}, \quad (7.1)$$

где  $\theta$  — угол между суммарным полем  $\mathbf{H} + \mathbf{H}_i$  и эффективной осью анизотропии.

Если известна функция распределения случайного поля взаимодействия  $F(\mathbf{H}_i) d\mathbf{H}_i$ , определяющая относительное число частиц, находящихся в поле взаимодействия  $\mathbf{H}_i$ ,  $\mathbf{H}_i + d\mathbf{H}_i$ , то вычисление остаточной намагниченности заключается в определении числа частиц, для которых выполняется условие (7.1) с последующим суммированием магнитных моментов перемангнитенных частиц.

Если эффективные оси анизотропии частиц распределены хаотично, величину нормальной остаточной намагниченности можно подсчитать следующим образом:

$$I_r(H) = \frac{m}{4\pi V} \int f(k_N, \psi) dk_N d\psi F(\mathbf{H}_i) d\mathbf{H}_i \cos \beta \sin \beta d\beta d\gamma, \quad (7.2)$$

где  $\beta$  и  $\gamma$  — полярный и азимутальный углы, определяющие ориентацию эффективной оси относительно внешнего поля  $\mathbf{H}$ . Пределы интегрирования по  $k_N$ ,  $\psi$  определяются условием (7.1) и критическим полем  $H_0$ , определяемым соотношениями, полученными в задачах 2–5 [1].

Тогда согласно решению задачи 6

$$F(\mathbf{H}_i) d\mathbf{H}_i = \frac{1}{4\pi} \frac{4BH_i^2}{\pi(B^2 + H_i^2)^2} \sin \alpha d\alpha d\lambda dH_i. \quad (7.3)$$

Оценку интеграла (7.2) можно получить следующим образом.

1. Заменяем соотношение (7.1) усреднённым по углу  $\theta$ :

$$0.7 H_0 \leq |\mathbf{H} + \mathbf{H}_i|.$$

2. Перейдём в (7.2) к интегрированию по  $(\mathbf{H} + \mathbf{H}_i)$ . Заменяя в функции распределения (7.3)  $\mathbf{H}_i$  на  $\mathbf{h} = \mathbf{H} + \mathbf{H}_i$ :

$$\Phi(\mathbf{h}) d\mathbf{h} = \frac{B}{\pi^2} \frac{h^2 dh \sin \varphi d\varphi d\xi}{(B^2 + H^2 + h^2 - 2Hh \cos \varphi)^2}, \quad (7.4)$$

имеем

$$I_r(H) = \frac{m}{4\pi V} \int f(k_N, \psi) dk_N d\psi \Phi(\mathbf{h}) d\mathbf{h} \cos \beta \sin \beta d\beta d\gamma. \quad (7.5)$$

Оценим (7.5) методом перевала:

$$I_r(H) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \tilde{I}_r(h) \frac{h}{H} \left\{ \sqrt{1 + \frac{H}{h}} + \sqrt{1 - \frac{H}{h} - \frac{2B}{h}} \right\}, \quad h = \sqrt{H^2 + B^2}, \quad (7.6)$$

где  $h \ll k_A I_s$ ,  $\tilde{I}_r(h) \sim h^2$  при  $k_A > 0$ ,  $k_N > 0$ ,  $\tilde{I}_r(h) \sim \sqrt{h}$ , если одна или обе константы отрицательны. Отметим, что при  $B \ll H$

$$I_r(H) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} I_r(H) \sim \begin{cases} H^2, & k_A > 0, k_N > 0, \\ \sqrt{H}, & \text{если одна из констант или обе} \\ & \text{отрицательны.} \end{cases} \quad (7.7)$$

В другом предельном случае при  $B \gg H$  независимо от знаков  $k_A$  и  $k_N$

$$I_r(H) = \frac{1}{4\sqrt{\pi}} I_r(B) \frac{H}{B} \sim H. \quad (7.8)$$

Как видно из соотношений (7.6)–(7.8), магнитоэлектрическое взаимодействие существенно влияет на нормальную остаточную намагниченность.

**Задача 8.** *Рассчитать остаточную намагниченность одномерного ансамбля  $N$  однодоменных ферромагнитных частиц.*

В приближении малого внешнего поля намагничивание одномерного ансамбля возможно лишь за счёт полей взаимодействия  $H_i$ , сравнимых или больших  $H_0$ . Причём магнитные моменты частиц, на которых  $H_i \geq H_0 - H$ , ориентируются по внешнему полю  $\mathbf{H}$ , а частицы, находящиеся в полях  $H_i \leq -(H_0 + H)$ , намагничиваются против  $\mathbf{H}$ . Число частиц, магнитный момент которых параллелен ( $N_+$ ) или антипараллелен ( $N_-$ ) внешнему полю, легко подсчитать:

$$N_+ = N \int_{H_0-H}^{\infty} W(H) dH, \quad N_- = N \int_{-\infty}^{-(H_0+H)} W(H) dH, \quad (8.1)$$

где функция распределения  $W(H)$  задаётся выражением (3.5). Разность ( $N_+ - N_-$ ) и определяет нормальную остаточную намагниченность ансамбля

$$I_r(H) = \frac{m}{V} (N_+ - N_-) = \frac{mN}{V} \int_{-(H_0+H)}^{H_0-H} W(H) dH, \quad (8.2)$$

где  $V$  — объём ансамбля. В силу малости намагниченности в слабых полях ( $H \ll H_0$ ) распределение полей взаимодействия почти симметрично, поэтому соотношение (8.2) можно привести к виду:

$$I_r(H) = cI_s \int_{H_0-H}^{H_0+H} W(H) dH \approx 2cI_s W(H_0)H. \quad (8.3)$$

Понятно, что максимальное поле взаимодействия не может быть больше  $I_s$ , поэтому данную задачу имеет смысл рассматривать при  $H_0 \lesssim I_s$ .

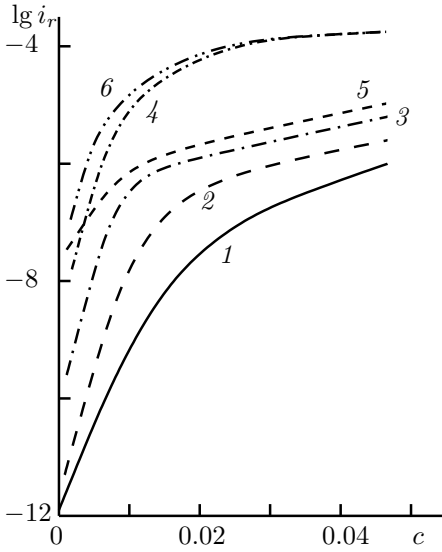


Рис. 3. Зависимость  $i_r = I_r/I_s$  от концентрации  $c$  ферромагнетика в случае малых концентраций. Кривые 1 и 2 отвечают одномерному, кривые 3 и 4 — двумерному, 5 и 6 — трёхмерному ансамблям;  $H_0 = 100$  и  $400$  Э соответственно для каждого случая.

**Задача 9.** Рассчитать остаточную намагниченность насыщения ансамбля  $N$  однодоменных ферромагнитных частиц, распределённых по плоской поверхности. Рассмотреть два случая: внешнее поле ориентировано параллельно или перпендикулярно поверхности.

В случае двумерного ансамбля при ориентации магнитных моментов частиц перпендикулярно плоскости слоя процесс намагничивания не отличается от намагничивания цепочки (см. задачу 8). Если же моменты частиц ориентированы параллельно плоскости или распределены по объёму, то вектор поля взаимодействия  $\mathbf{H}_i$  направлен под углом к оси частицы, что занижает критическое поле и, следовательно, увеличивает намагниченность. Однако, хаотизация магнитных моментов частиц в больших полях взаимодействия ( $B > H_0$ ) должна привести к уменьшению остаточной намагниченности. Поэтому с точностью до коэффициента, учитывающего хаотичность распределения полей взаимодействия, для двух- и трёхмерного ансамблей можно пользоваться формулой (8.3). Естественно, что при этом функция распределения  $W(H_0)$  должна соответствовать рассматриваемой задаче.

Из соотношения (8.3) следует, что остаточная намагниченность существенно зависит от интенсивности магнитостатического взаимодействия, которое определяется концентрацией магнитных зёрен. На рис. 3 видно, что с увеличением концентрации ферромагнетика  $I_r$  растёт нелинейно, причём наиболее существенные изменения претерпевает намагниченность

одномерного ансамбля. Естественно, что намагниченность высококоэрцитивных частиц меньше, чем низкокоэрцитивных.

## Список литературы

1. Афремов Л. Л., Панов А. В. Задачи по электродинамике сплошных сред. Магнетики. — Владивосток: Изд-во Дальневост. ун-та, 2005. — 18 с.
2. Афремов Л. Л., Панов А. В. Задачи по электродинамике сплошных сред. Намагниченность невзаимодействующих частиц. — Владивосток: Изд-во Дальневост. ун-та, 2005. — 28 с.

Учебное издание

**Афремов Леонид Лазаревич**  
**Панов Андрей Валентинович**

**ЗАДАЧИ ПО ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ  
СПЛОШНЫХ СРЕД, МАГНИТОСТАТИЧЕСКОЕ  
ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЧАСТИЦ**

Учебное пособие

В авторской редакции  
Компьютерная вёрстка: А. В. Панов

Подписано в печать 0.5.0.3.05.  
Формат  $60 \times 84^{1/16}$ . Усл. печ. л. 0,6. Уч.-изд. л. 0,6.  
Тираж 100 экз.

Издательство Дальневосточного университета  
690950, г. Владивосток, ул. Октябрьская, 27

Отпечатано в Институте физики  
и информационных технологий ДВГУ  
690950, г. Владивосток, ул. Суханова, 8