

Л. Л. Афремов, А. В. Панов

**ОСТАТОЧНАЯ НАМАГНИЧЕННОСТЬ
УЛЬТРАДИСПЕРСНЫХ МАГНЕТИКОВ**

Владивосток

Издательство Дальневосточного университета

2004

УДК 537.61+550.382.3

ББК 22.334

А 94

Афремов Л. Л., Панов А. В.

А 94 **Остаточная намагниченность ультрадисперсных магнетиков.** — Владивосток: Изд-во Дальневост. ун-та, 2004. — 192 с.
ISBN 5-7444-1567-X

В монографии представлены результаты исследований магнитных состояний и магнитных свойств систем одно- и квазиднодоменных частиц.

Особое внимание уделено влиянию дополнительных по отношению к магнитному полю факторов (давления, температуры, химических превращений, времени) на магнитные состояния и процессы намагничивания систем гомо- и гетерогенных частиц. Исследовано влияние межчастичного взаимодействия на магнитные свойства ансамбля малых частиц.

Для специалистов в области физики магнитных явлений, аспирантов и студентов.

А $\frac{1704040000}{180(03) - 04}$

ББК 22.334

ISBN 5-7444-1567-X

© Афремов Л. Л., 2004

© Панов А. В., 2004

Введение

Интерес к ультрадисперсным материалам, магнитные свойства которых представлены рассеянными в немагнитной матрице однодоменными или соизмеримыми с ними квазиоднодоменными частицами, имеет, по крайней мере, два аспекта: практический и теоретический.

Способность таких материалов сохранять приобретённую ими остаточную намагниченность лежит в основе технологий магнитной записи и хранения информации. Эта способность определяется многими факторами, например, геометрическими и магнитными характеристиками зёрен, их химическим составом и распределением в немагнитной матрице, а также термодинамическим состоянием, в котором происходит намагничивание системы.

Знание зависимости магнитных свойств ультрадисперсных магнетиков от перечисленных факторов позволяет не только совершенствовать магнитные способы хранения и записи информации, но и в рамках наук о Земле интерпретировать данные тектономагнитных и палеомагнитных исследований. Необходимость решения геофизических задач стимулировала развитие научного направления — магнетизма горных пород, в основе которого лежит модель магнитных частиц, рассеянных в немагнитной матрице. Основным объектом исследования здесь является естественная остаточная намагниченность, образованная в геомагнитном поле под действием различных физико-химических процессов. Возможность извлечь информацию, содержащуюся в «магнитной памяти», во многом определяется знанием о влиянии этих процессов на механизм возникновения остаточной намагниченности. При этом надёжность полученной информации, как и информации, снятой с технических устройств магнитной записи, во многом зависит от величины и стабильности остаточной намагниченности по отношению к внешним воздействиям. Именно поэтому при выборе материалов для магнитной записи и образцов для палеомагнитных исследований предпочтение отдаётся объектам, которые представлены системами частиц, имеющих размер, близкий к однодоменному. Критическое

поле перемагничивания и магнитный момент таких частиц значительно превосходят аналогичные параметры многодоменных зёрен.

Недавние исследования частиц, состоящих из феррита или железа, покрытого оксидами, показали, что в таких частицах магнитный момент вблизи поверхности неупорядочен [1]. Из-за обменного взаимодействия между сердцевиной и поверхностью частиц возникают разнообразные распределения намагниченности в таких частицах. Такие магнитные состояния могут приводить к высоким коэрцитивным полям и перемагничиванию через промежуточные состояния.

Частицы, состоящие из кобальта или железа, могут находиться в разных кристаллических состояниях. Так, с уменьшением размеров частиц Co кристаллическая решётка переходит от гексагональной к гцк [2]. Фаза гцк является более стабильной при высоких (вплоть до 695 К) температурах. Подобная двухфазность осуществляется и для железа. При нормальных условиях равновесной является фаза с оцк решёткой и при высоких — с гцк решёткой.

В экспериментальной работе [3] было показано, что угловая зависимость критического поля перемагничивания удлинённых частиц γ -Fe₂O₃ с размерами порядка 300×65 нм примерно соответствует предсказываемой теорией Стонера-Вольфарта. В последующих экспериментах с частицами меньших размеров (~ 15÷30 нм) в диапазоне температур 0.1÷6 К авторами [4,5] было показано, что при температурах, превышающих 0.4 К, зависимость вероятности перемагничивания таких частиц от времени хорошо согласуется с предсказанной моделью Нееля-Брауна. При более низких температурах сказывается эффект макроскопического квантового туннелирования.

В 1975 г. [6] были обнаружены магнитотактические бактерии, являющиеся в настоящее время предметом наиболее активного изучения. Данные бактерии способны синтезировать частицы магнетита или грейгита размером 50÷100 нм. Данные внутриклеточные магнитные частицы окружены защитной мембраной, формируя так называемые «магнитосомы». Цепочки магнитосом служат в качестве стрелки компаса, позволяя двигаться бактериям в воде вдоль магнитного меридиана. Магнитные частицы биологического происхождения обычно существуют в виде суперпарамагнитных частиц магнетита, грейгита (Fe₃S₄), маггемита или других ферритов [7].

Способностью ощущать магнитное поле Земли обладают и высшие животные [7]. В частности предметом широкого изучения явления магнито-рецепции была форель (*Oncorhynchus mykiss*). В ней были обнаружены клетки-рецепторы магнитного поля, содержащие однодоменные кристаллы магнетита, соединённые в цепочки, длиной порядка 1 мкм.

Магнитные наночастицы используются при выделении нужного типа молекул в биологически активных соединениях [7], а также для выделения клеток. В подобных экспериментах магнитные частицы образуют стабильную коллоидальную суспензию не выпадая в осадок, что сохраняет функциональность клеток.

Теоретический аспект отмеченного выше интереса связан с тем, что при достаточно большом количестве исследований «... теория весьма интересного метастабильного состояния остаточной намагниченности ферромагнетиков находится ещё в далеко неразработанном виде...» (С. В. Вонсовский, «Магнетизм», 1971, с. 852). Несмотря на некоторое продвижение в этом направлении, в целом проблема остается актуальной, так как фрагментарность теоретических исследований ограничивает возможность анализа с единых позиций магнитных состояний и свойств различных видов остаточной намагниченности ультрадисперсных магнетиков.

В данной монографии предпринята попытка описать современное состояние представлений и способов теоретического анализа магнитных свойств систем взаимодействующих гетерогенных частиц малых размеров. Под частицами малых размеров понимаются частицы, находящиеся в одно- или квазиоднодоменном состоянии.

Монография состоит из восьми глав. В первой главе дан обзор основных идей и представлений о магнитных состояниях и магнитных свойствах ансамблей одно- и квазиоднодоменных частиц. Главы со второй по четвертую посвящены исследованию зависимости магнитных состояний химически однородных и гетерогенных малых частиц от их геометрических и материальных характеристик, а также таких термодинамических параметров, как температура, механические напряжения, степень окисления, внешнее поле и время. Кроме того, в четвертой главе представлено исследование устойчивости магнитных состояний малых частиц.

В остальных главах представлены результаты исследований магнитных свойств систем как однородных, так и гетерогенных частиц. Особое внимание уделяется различным видам остаточной намагниченности. Рассмотрены нормальная, остаточная, идеальная, вязкая, термоостаточная, в том числе и переходная, кристаллизационная и химическая, различные виды пьезоостаточной намагниченности. В приближении случайного поля исследовано влияние межчастичного магнитостатического взаимодействия на перечисленные выше виды намагниченности.

Мы надеемся, что эта монография, несмотря на её неполноту — в ней отсутствует, например, описание эффекта макроскопического квантового туннелирования магнитного момента, схематично представлены методы расчёта магнитных структур — окажется полезной как теоретикам, так и экспериментаторам, а также аспирантам и студентам, в круг интере-

сов которых входит изучение магнитных состояний и магнитных свойств ультрадисперсных магнетиков.

Авторы благодарны нашему учителю В. И. Белоконю за сотрудничество и обсуждение входящих в монографию задач.

Глава 1

Магнитные состояния и магнитные свойства ансамблей одно- и квазиоднодоменных частиц

Несмотря на достаточно древнюю историю развития представлений о магнетизме, начало систематическому изучению магнитных свойств материи было положено в начале XIX века.

В 1820 году Г. Х. Эрстед открыл магнитное действие электрического тока, а А. М. Ампер высказал гипотезу молекулярных токов. Основанная на теории об эквивалентности токов и магнитов, гипотеза Ампера дала возможность на качественном уровне описать магнитные свойства вещества задолго до построения современной электронной теории. Открытие в 1831 году М. Фарадеем закона электромагнитной индукции и формулировка понятия магнитного поля дала возможность Дж. Максвеллу обобщить представления своих великих предшественников в наиболее адекватной математической форме, сформулировав систему законов электромагнитного поля.

Нельзя не отметить опыты М. Фарадея, открывшего в 1845 г. явления диа- и парамагнетизма, опыты А. С. Столетова, положившего в 1872 г. начало систематическому исследованию свойств ферромагнетиков.

Несколько позже, в начале XX века, П. Вейс опубликовал теорию молекулярного поля в ферромагнетиках. Теоретические построения П. Вейса базировались на следующих гипотезах:

1. Напряжённость молекулярного поля пропорциональна спонтанной намагниченности, которая существует при температуре T ниже точки Кюри T_c независимо от наличия внешнего магнитного поля;

2. В ферромагнетике существуют малые спонтанно намагниченные при $T < T_c$ области — домены.

В теориях ферромагнетизма П. Вейса, диа- и парамагнетизма П. Ланжевена нашли своё отражение представления начала XX века о магнитных свойствах вещества.

Появление квантовой механики позволило существенно продвинуться в понимании физики диа-, пара- и ферромагнетизма. Именно эти представления легли в основу современной теории кривой намагничивания. Одним из основных исследований, положивших начало теории кривой намагничивания, явилась работа Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшица [8], в которой дано теоретическое обоснование магнитным доменам и доменным границам.

Подход Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшица основан на анализе свободной энергии магнитного материала во внешнем магнитном поле, что требует знания взаимодействия между элементарными носителями магнитных моментов. Обычно выделяют следующие взаимодействия и соответствующие им энергии:

1. *Обменное взаимодействие*, которое приводит к упорядочению в ферромагнитных кристаллах. Минимум этой энергии соответствует однородному распределению намагниченности \mathbf{I} . При нарушении однородности \mathbf{I} дополнительная к энергии основного состояния энергия описывается следующим выражением (см., например, [9]):

$$E_e = \int_V \mathcal{E}_e dV, \quad \text{где } \mathcal{E}_e = \frac{1}{2} \alpha_{ik} \frac{\partial \mathbf{I}}{\partial x_i} \frac{\partial \mathbf{I}}{\partial x_k}. \quad (1.1)$$

Тензор обменных коэффициентов симметричен, его коэффициенты по порядку величины равны $\alpha_{ik} \sim (J/2\mu_B)a^5$, где J — обменный параметр, μ_B — магнетон Бора, a — постоянная решётки.

2. *Спин-орбитальное взаимодействие* — взаимодействие магнитных моментов атомов с электрическим полем кристаллической решётки. Так как электрическое поле кристаллической решётки анизотропно, то в зависимости от симметрии кристалла плотность энергии кристаллографической анизотропии может быть представлена в виде ряда по возрастающим степеням компонент \mathbf{I} :

$$\mathcal{E}_a^{(n_i, n_k, n_l)} = \beta_{n_i, n_k, n_l} I_i^{n_i} I_k^{n_k} I_l^{n_l}, \quad (1.2)$$

где $i = 1, 2, 3$ (или x, y, z), $n_i + n_k + n_l = 2n$, β_{n_i, n_k, n_l} — коэффициенты

кристаллографической анизотропии. Для одноосного кристалла первым слагаемым является:

$$\mathcal{E}_a = -\frac{1}{2}\beta^{(1)}I_z^2, \quad (1.3)$$

для кубического:

$$\mathcal{E}_a = \beta^{(2)}(I_x^2I_y^2 + I_y^2I_z^2 + I_z^2I_x^2) = -\frac{1}{2}\beta^{(2)}(I_x^4 + I_y^4 + I_z^4). \quad (1.4)$$

3. *Диполь-дипольное взаимодействие*, реализуемое между магнитными моментами атомов. Согласно [9] энергия магнитного дипольного взаимодействия может быть представлена следующим выражением:

$$E_m = -\frac{1}{2} \int_V \left\{ \beta_{ik} I_i I_k + \frac{4\pi}{3} I^2 + (\mathbf{I}, \mathbf{H}^{(m)}) \right\} dV, \quad (1.5)$$

где первое слагаемое определяется магнитным дипольным взаимодействием «ближайших» соседей и может быть включено в магнитную кристаллографическую анизотропию. Поле

$$\mathbf{H}^{(m)} = \nabla\varphi, \quad \varphi = \int_V I_i(\mathbf{r}) \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right) d\mathbf{r}', \quad d\mathbf{r}' = dV. \quad (1.6)$$

Для магнетиков, форма которых допускает однородное распределение \mathbf{I}

$$\mathbf{H}^{(m)}(\mathbf{r}) = \nabla(\mathbf{I}, \nabla) \int_V \frac{d\mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} = -4\pi \hat{N}(\mathbf{r})\mathbf{I}, \quad (1.7)$$

где тензор размагничивающих коэффициентов \hat{N} имеет вид

$$N_{ik} = -\frac{1}{4\pi} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_k} \int_V \frac{d\mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}. \quad (1.8)$$

4. *Взаимодействие магнитных моментов с внешним полем \mathbf{H}* . Энергия этого взаимодействия

$$E_H = - \int_V (\mathbf{I}, \mathbf{H}) d\mathbf{r}. \quad (1.9)$$

5. *Взаимодействие магнитных моментов атомов с колебаниями решётки*. Упорядочивание магнитных моментов атомов придаёт более анизотропный характер их взаимодействию с полем кристаллической решётки. Вследствие чего изменения расстояния между атомами могут привести

к деформации кристалла, которая, меняя кристаллическое поле, влияет на спин-орбитальное взаимодействие. Дополнительная энергия, соответствующая описанным выше самопроизвольным магнитострикционным деформациям складывается из:

1) энергии упругих напряжений кристалла

$$E_{el} = \frac{1}{2} \int_V c_{iklm} u_{ik} u_{lm} dV, \quad (1.10)$$

где c_{iklm} , u_{ik} — тензоры упругих коэффициентов и деформаций соответственно. Для кубического кристалла

$$E_{el} = \frac{1}{2} \int_V (c_{11}(u_{xx}^2 + u_{yy}^2 + u_{zz}^2) + 2c_{12}(u_{xx}u_{yy} + u_{xx}u_{zz} + u_{yy}u_{zz}) + c_{44}(u_{xy}^2 + u_{yz}^2 + u_{xz}^2)) dV, \quad (1.11)$$

2) энергии магнитострикции

$$E_{ms} = \int_V a_{iklm} I_i I_l u_{km} dV, \quad (1.12)$$

где a_{iklm} — тензор констант магнитоупругой связи. E_{ms} кубического кристалла может быть представлена в следующем виде:

$$E_{ms} = \int_V I_s^2 \left\{ a_0(u_{xx} + u_{yy} + u_{zz}) + a_4 \left[\left(\alpha_x^2 - \frac{1}{3} \right) u_{xx} + \left(\alpha_y^2 - \frac{1}{3} \right) u_{yy} + \left(\alpha_z^2 - \frac{1}{3} \right) u_{zz} \right] + 2a_2(\alpha_x \alpha_y u_{xy} + \alpha_x \alpha_z u_{xz} + \alpha_y \alpha_z u_{yz}) + a_3(u_{xx} + u_{yy} + u_{zz})s + a_4 \left[\left(\alpha_x^4 + \frac{2}{3}s - \frac{1}{3} \right) u_{xx} + \left(\alpha_y^4 + \frac{2}{3}s - \frac{1}{3} \right) u_{yy} + \left(\alpha_z^4 + \frac{2}{3}s - \frac{1}{3} \right) u_{zz} \right] + 2a_5(\alpha_x \alpha_y \alpha_z^2 u_{xy} + \alpha_x \alpha_y^2 \alpha_z u_{xz} + \alpha_x^2 \alpha_y \alpha_z u_{yz}) \right\} dV, \quad (1.13)$$

где $I_x = I_s \alpha_x$, $I_y = I_s \alpha_y$, $I_z = I_s \alpha_z$, $s = \alpha_x^2 \alpha_y^2 + \alpha_y^2 \alpha_z^2 + \alpha_z^2 \alpha_x^2$, α_i — направляющие косинусы, $\alpha_x^2 + \alpha_y^2 + \alpha_z^2 = 1$.

6. В присутствии внешних напряжений к энергиям E_{el} и E_{ms} необходимо добавить

$$E_{\sigma} = \int_V \lambda_{iklm} u_{il} \sigma_{km} dV, \quad (1.14)$$

где λ_{iklm} — тензор коэффициентов магнитострикции, σ_{km} — тензор внешних напряжений. Для кубического кристалла:

$$E_{\sigma} = -\frac{2}{3} \int_V \{ \lambda_{100}(\alpha_x^2 \sigma_{xx} + \alpha_y^2 \sigma_{yy} + \alpha_z^2 \sigma_{zz}) + 2\lambda_{111}(\alpha_x \alpha_y \sigma_{xy} + \alpha_x \alpha_z \sigma_{xz} + \alpha_y \alpha_z \sigma_{yz}) \} dV. \quad (1.15)$$

Перечисленные выше виды взаимодействия в той или иной мере определяют магнитную анизотропию магнитных материалов. Причём перечень видов магнитной анизотропии можно продолжить. Это, например, *диффузионная анизотропия*, обусловленная процессами упорядочения атомов при наличии магнитного порядка; *обменная или односторонняя анизотропия*, возникающая на границе раздела двух магнетиков и обусловленная взаимодействием соседних фаз; *поверхностная анизотропия*, связанная с особым состоянием атомных магнитных моментов на поверхности магнетика по сравнению с атомами его внутренней области.

1.1. Распределение намагниченности в малом зерне

На возможность существования однодоменного состояния было указано ещё Френкелем и Дорфманом [10]. Термин же «квазиоднодоменная частица» введён Кондорским [11–13], который, решая вариационную задачу о распределении магнитного момента в малой частице, исследовал устойчивость состояния с однородной намагниченностью. Существует ещё одно название частиц размером близким к однодоменному. Так, в магнетизме горных пород используется термин «псевдооднодоменная частица». Оба названия отражают тот факт, что несмотря на неоднородность \mathbf{I}_s магнитные свойства частиц близки к однодоменным.

Проблема поиска распределения магнитного момента в ферромагнитном зерне имеет свою историю, например, один из способов нахождения нестационарного распределения \mathbf{I}_s — решение уравнения Ландау-Лифшица [8]:

$$\frac{d\mathbf{I}_s}{dt} = \gamma_0 [\mathbf{I}_s, \mathbf{H}_{\text{eff}}] - \frac{\lambda}{J_s^2} [\mathbf{I}_s, [\mathbf{I}_s, \mathbf{H}_{\text{eff}}]], \quad (1.16)$$

где γ_0 — гиромагнитное отношение и λ — константа затухания. Эффективное поле \mathbf{H}_{eff} включает в себя поля, создаваемые за счёт обменного, спин-орбитального и магнитостатического взаимодействия. В альтернативной форме Гильберта диссипативный член пропорционален $[\mathbf{I}_s, \dot{\mathbf{I}}_s]$.

Другой способ разработал Браун [14], который показал, что в равновесном состоянии вектор намагниченности \mathbf{I}_s должен удовлетворять уравнениям:

$$\left[\boldsymbol{\alpha}, \left\{ 2A\nabla^2 \boldsymbol{\alpha} - \frac{\partial u_a}{\partial \boldsymbol{\alpha}} + I_s \mathbf{H} \right\} \right] = \mathbf{0} \quad (1.17)$$

с граничными условиями

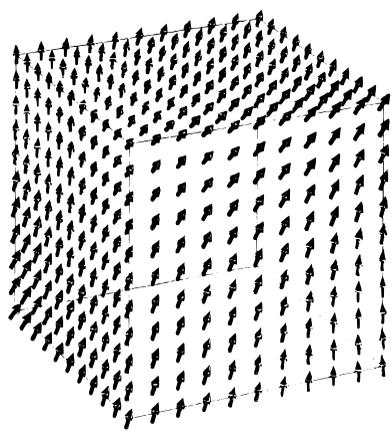
$$\left[\boldsymbol{\alpha}, \left\{ -2A \frac{\partial \boldsymbol{\alpha}}{\partial n} - K_s (\mathbf{n}, (\boldsymbol{\alpha}, \mathbf{n})) \right\} \right] = \mathbf{0}, \quad (1.18)$$

где $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{I}_s / I_s$, A — обменная константа, \mathbf{H} — внешнее магнитное поле, u_a — плотность энергии анизотропии, K_s — константа поверхностной анизотропии. Им [15, 16], а также авторами работы [17] была получена мода «*curling*» (закрутка), которую более подробно исследовал Aharoni [18].

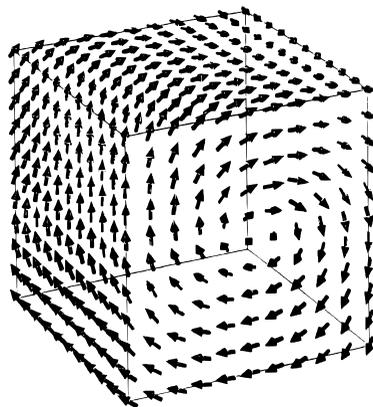
Развитие компьютерной техники позволило перейти к моделям с трёхмерным распределением намагниченности — в их основе лежит разбиение частицы на кубические однородно намагниченные блоки, чей магнитный момент может свободно изменять своё направление. В этих моделях либо решается уравнение Ландау-Лифшица [19–22], либо используется вариационный поиск минимума полной энергии [23, 24]. Трёхмерные компьютерные расчёты [19–21, 24] показали, что в частицах с формой параллелепипеда возможны состояния «*flower*» (цветок) — слабонеоднородное и сильное неоднородное, с одним или более вихрей (*vortex*) (см. рис. 1.1). Позднее Усов и Песчаный [25, 26] методом теории возмущений получили аналитическое решение, описывающее состояние «цветок» для частиц, имеющих форму цилиндра либо параллелепипеда.

В теоретических исследованиях магнитных свойств малых частиц большое внимание уделяется проблеме стабильности однодоменного состояния. Задача об устойчивости однодоменного состояния решалась в приближении однородно намагниченных блоков — доменов и доменных границ [27], либо в приближении плоскопараллельного распределения магнитного момента, задаваемого определённым классом функций [28–34]. Для оценки размеров однодоменности использовались линеаризованные модели, методы варьирования параметров и трёхмерное компьютерное моделирование [23, 24]. Однако, далеко не во всех этих работах учитывалась возможность существования метастабильного однодоменного состояния.

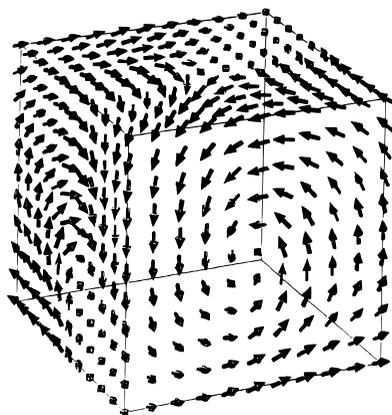
Несмотря на преимущество трёхмерных моделей, связанное с увеличением степеней свободы магнитного момента, численные решения являются достаточно приближенными. Точность решения зависит от способа разбиения (возможности компьютера), который и определяет класс минимизирующих функций. Поэтому распределения намагниченности, полученные в [19–24], соответствуют выбранным классам функций. С этой



(а)



(б)



(в)

Рис. 1.1. Распределения намагниченности в кубических частицах магнетита, полученные в работе [24] ((а) — состояние «цветок», одно- (б) и двухвихревые (в) конфигурации магнитного момента).

точки зрения трудно оценить преимущество выводов, сделанных на основе приближенных решений трёхмерных моделей, над результатами, полученными в рамках двухмерного моделирования. Так, например, рассчитанный в работе [22] критический размер кубического зерна никеля с устойчивым, практически однородным распределением намагниченности типа «цветок», равен 54 нм, а с метастабильным — 58 нм. Более высокие значения критического диаметра однодоменной сферической частицы приводит Кондорский — $d_c = 75$ нм. В то время как, согласно экспери-

ментальным данным [35], частицы Ni однородно намагничены вплоть до размеров 80 нм.

1.1.1. Намагничивание однодоменных частиц

Не менее многочисленны исследования влияния внешнего поля на магнитные состояния малых частиц, что связано с необходимостью решения задачи о механизме намагничивания ансамбля таких зёрен.

Первые попытки последовательно описать процессы намагничивания однодоменных частиц проводили Stoner и Wohlfarth [36]. В модели [36] получено критическое поле когерентного перемагничивания эллипсоидальных частиц, справедливое в случае достаточно малых размеров.

Расчёт критического поля, необходимого для необратимого поворота магнитного момента, для одноосного однородно намагниченного зерна проведён в [37] с пренебрежением всеми видами анизотропии, кроме естественной кристаллографической анизотропии.

Сохраним в разложении плотности энергии анизотропии одноосного кристалла по степеням вектора спонтанной намагничённости квадратичное слагаемое

$$\mathcal{E}_A = \frac{1}{2} \beta_{ik} I_{si} I_{sk}, \quad (1.19)$$

где β_{ik} — безразмерный симметричный тензор второго ранга, компоненты которого являются функциями температуры, I_{sk} — компоненты вектора спонтанной намагничённости $\{I_{s1}, I_{s2}, I_{s3}\}$, по дважды встречающимся индексам подразумевается суммирование.

Учитывая, что в случае одноосного кристалла тензор β_{ik} в своих главных осях имеет вид

$$\beta_{ik} = \begin{pmatrix} \beta_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \beta_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \beta_{33} \end{pmatrix}, \quad \beta_{11} = \beta_{22} \quad (1.20)$$

и что $I_{s1}^2 + I_{s2}^2 + I_{s3}^2 = I_s^2$, выражение (1.19) можно переписать так:

$$\mathcal{E}_A = \frac{1}{2} (\beta_{11} - \beta_{33}) (I_{s1}^2 + I_{s2}^2) + \frac{1}{2} \beta_{33} I_s^2 = \frac{1}{2} k_A I_s^2 \sin^2 \theta + \mathcal{E}(I_s^2), \quad (1.21)$$

где θ — угол между вектором \mathbf{I}_s и осью Oz , выбранной вдоль главной оси симметрии кристалла, $\mathcal{E}(I_s^2)$ — часть энергии, не зависящая от ориентации \mathbf{I}_s .

Выражение (1.21) позволяет записать плотность энергии одноосного, однородно намагниченного кристалла, находящегося в поле \mathbf{H} :

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}(I_s^2) + \frac{1}{2} k_A I_s^2 \sin^2 \theta - (H_1 \sin \theta + H_3 \cos \theta) I_s, \quad (1.22)$$

система координат выбрана так, что поворот вектора совершается в плоскости xOz .

Зависимость намагничённости от поля H определяется условием равновесия $\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \theta} = 0$:

$$k_A I_s \sin \theta \cos \theta = H_1 \cos \theta - H_3 \sin \theta. \quad (1.23)$$

По отношению к неизвестной $\xi = \sin \theta$ (1.23) является алгебраическим уравнением четвёртой степени $(k_A I_s \xi - H_1)^2 (1 - \xi^2) = H_3^2 \xi^2$ с отличными от нуля коэффициентами при нечётных степенях ξ . Поэтому оно имеет либо два, либо четыре вещественных корня. Поскольку все эти корни соответствуют экстремумам энергии, в первом случае для данного значения поля возможно одно направление вектора \mathbf{I}_s , во втором — два различных направления \mathbf{I}_s , из которых одно (соответствующее меньшему из минимумов \mathcal{E}) термодинамически устойчиво, а второе (соответствующее большему из минимумов \mathcal{E}) метастабильно. При непрерывном изменении H_1 и H_3 , минимальное значение энергии, соответствующее метастабильному состоянию, сравнивается с одним из максимальных, при этом кривая $\mathcal{E}(\theta)$ имеет вместо экстремума точку перегиба, то есть вместе с $\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \theta} = 0$ обращается в нуль также и вторая производная $\frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial \theta^2}$:

$$k_A I_s \cos 2\theta = -H_1 \sin \theta - H_3 \cos \theta. \quad (1.24)$$

Исключая θ из уравнений (1.23), (1.24), нетрудно получить:

$$H_1^{2/3} + H_3^{2/3} = (k_A I_s)^{2/3}. \quad (1.25)$$

На диаграмме (H_1, H_3) , уравнение (1.25) определяет кривую (астроиду), которая делит плоскость $H_1 O H_3$ на две части, из которых во внутренней возможно, а во внешней невозможно существование метастабильных состояний (см. рис. 1.2). Эта кривая и определяет критическое поле, при котором происходит необратимый поворот вектора \mathbf{I}_s в зависимости от угла φ между «лёгкой осью» и приложенным полем \mathbf{H} , т. е.:

$$H_0 = k_A I_s \left\{ \cos^{2/3} \varphi + \sin^{2/3} \varphi \right\}^{-3/2}. \quad (1.26)$$

Как было отмечено в [14], в том случае, если преимущественной является анизотропия, наведённая механическими напряжениями σ ($k_A I_s^2 \ll \lambda \sigma$, λ — константа магнитострикции), то в (1.26) следует заменить $k_A I_s$ на $\lambda \sigma / I_s$.

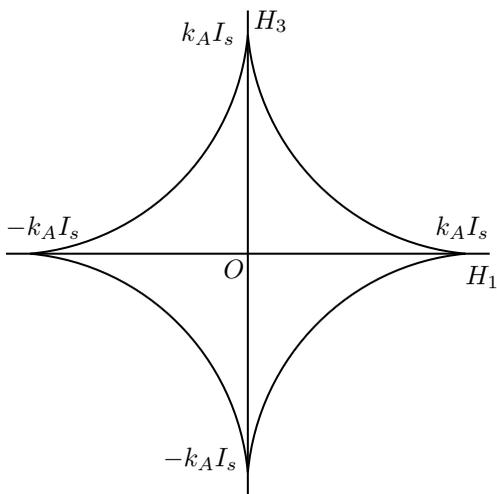


Рис. 1.2. В области, ограниченной астроидой, возможны стабильные и метастабильные магнитные состояния, вне этой области — только стабильные.

Если зерно ферромагнетика несферично и анизотропия формы намного больше других видов анизотропии, то можно пользоваться выражением для критического поля (1.26), заменив в нем k_A на константу анизотропии формы k_N (для зерна, имеющего форму эллипсоида вращения $k_N = N_{11} - N_{22}$, N_{11} , N_{22} — размагничивающие коэффициенты по длинной и короткой осям соответственно).

Естественно, что в реальном ферромагнетике вклад в критическое поле могут дать все перечисленные выше типы анизотропии, а также диффузионная, обменная, поверхностная анизотропия [38, 39].

В этом случае расчёт критического поля H_0 обычно проводится так: вводится эффективная константа анизотропии K , которая является алгебраической суммой различных констант анизотропии [40, 41], несмотря на тензорный характер этих величин. Такой подход является непоследовательным, за исключением частных случаев когда, например, рассматривается критическое поле однодоменного зерна, длинная ось которого совпадает с осью естественной кристаллографической анизотропии [42], или направление вектора Бюргерса краевой дислокации выбирается так, что он параллелен «лёгкой оси» [43]. Таким образом, прежде чем исследовать зависимость остаточной намагниченности ансамбля однодоменных частиц от различных внешних воздействий, следует более детально рассмотреть задачу и критическое поле однодоменного зерна при наличии нескольких

видов магнитной анизотропии.

Недавние эксперименты с использованием магнитной силовой микроскопии [3, 44], проведённые на отдельных частицах $\gamma\text{-Fe}_2\text{O}_3$ размерами порядка 0.065×0.300 мкм и формой, близкой к эллипсоиду, показали применимость модели [36, 37]. В частности авторы построили зависимость перекрывающего поля удлинённой частицы, под которым подразумевается минимальное поле \mathbf{H} , приводящее при перемагничивании к образованию остаточной намагниченности в направлении \mathbf{H} , от угла между приложенным магнитным полем и удлинённой осью. В результате зависимость оказалась близкой к предсказываемой в [36, 37].

1.1.2. Намагничивание квазиоднодоменных частиц

Перемагничивание квазиоднодоменных частиц реализуется за счёт некогерентного изменения её магнитного момента. Здесь возможны различные механизмы: через образование моды «curling» [15–17], «buckling» (выгибание) или «fanning» (рассеяния) [45]. Отмеченные выше способы перемагничивания приводят к критическим полям, меньшим, чем для когерентного вращения. Интересны результаты, полученные в рамках трёхмерного компьютерного моделирования процессов намагничивания малых частиц [19–21].

Решение уравнения Ландау-Лифшица позволило выделить распределения намагниченности, возникающие на промежуточных этапах перемагничивания частиц. Для малых удлинённых зёрен $\gamma\text{-Fe}_2\text{O}_3$ авторы [20, 21, 46] выделяют квазиоднородное вращение магнитного момента. При этом поворот вектора намагниченности начинается у краёв частицы, а затем смещается к центру. Такой способ поворота магнитного момента получил название «flipping». С увеличением размера перемагничивание происходит за счёт образования и распространения по объёму одного или нескольких вихрей. Значения коэрцитивной силы в этом случае меньше, чем через моду типа «curling».

1.2. Магнитные состояния гетерогенных частиц

Анализ магнитных состояний рассмотренных выше частиц проводился в приближении их химической однородности, которое далеко не всегда выполняется. Так, например, часто применяемые в носителях магнитной записи частицы железа подвергаются поверхностному окислению. По данным мёссбауэровской спектроскопии [47] покрытие представляет собой

смесь $\gamma\text{-Fe}_2\text{O}_3$ и Fe_3O_4 , ядро состоит из $\alpha\text{-Fe}$. Величина покрытия может составлять порядка 10 % от радиуса таких частиц, по другим данным [48], объем фазы, состоящей из оксидов железа, превышает 50 %. Обычно частицы имеют продолговатую форму с вытянутостью $3 \div 8$, хотя могут быть и почти сферическими [48].

В пользу необходимости изучения гетерогенных частиц можно привести факт изменения магнитных характеристик ансамбля. Так, с целью увеличения коэрцитивной силы частицы $\gamma\text{-Fe}_2\text{O}_3$ покрывают кобальтом. В зависимости от технологии получения возможны три типа покрытий [49]:

с эпитаксиальным покрытием: частица состоит из двух частей $\gamma\text{-Fe}_2\text{O}_3$ и кобальтового покрытия, скорее всего представляющего собой кобальтовый феррит CoFe_2O_4 . Приготавливаются следующим образом: частицы $\gamma\text{-Fe}_2\text{O}_3$ помещаются в раствор, содержащий ионы Co^{2+} и Fe^{2+} , и на её поверхности формируется слой феррита CoFe_2O_4 , который не обязательно окружает ядро полностью, а может располагаться на нем островками. Считается, что магнитокристаллическая анизотропия полученного таким образом покрытия является одноосной, направленной вдоль длинной оси частицы.

модифицированные кобальтом: с поверхностным покрытием, которое имеет толщину порядка одного атомного слоя. Частицы $\gamma\text{-Fe}_2\text{O}_3$ помещаются в раствор, содержащий ионы Co^{2+} , которые адсорбируются на поверхности и приводят к образованию слоя кобальтового феррита.

с объёмным распределением Co: ионы кобальта с разной концентрацией распределены по всему объёму частицы, причём они находятся в В-узлах решётки шпинели [50, 51]. Анизотропия кобальтового феррита, полученного таким образом, является кубической с лёгкой осью $\langle 100 \rangle$.

Согласно [52] коэрцитивность эпитаксиально покрытых частиц линейно возрастает с увеличением содержания кобальта и, при достижении концентрации 10 весовых %, достигает насыщения.

Титаномагнетиты, являющиеся основными носителями магнетизма горных пород, могут подвергаться процессам распада [53] или окисления [54, 55], изменяющим их магнитные свойства. В результате распада зёрен титаномагнетита, содержащихся в горных породах, в них происходит выделение фаз с обеднённым и обогащённым содержанием титана, магнитные свойства которых различны.

Одна из первых попыток теоретического исследования магнитных свойств химически неоднородных частиц была представлена в работе [56]. Развивая модель [36], авторы рассмотрели эллипсоидальные частицы железа, покрытые слоем $\gamma\text{-Fe}_2\text{O}_3$. Магнитные моменты каждой из частей полагались однородными, причём моменты могли изменять своё направление в одной плоскости. Численно минимизируя свободную энергию, ав-

торы получили квазистатические петли гистерезиса, которые имели ступенчатую форму с двумя критическими полями.

Yang и Chang [57] усовершенствовали модель двухкомпонентных частиц [56], включив в полную энергию зерна энергию обменного взаимодействия через границу раздела. Варьируя константы обменного взаимодействия через границу и магнитокристаллической анизотропии кобальтового покрытия, авторы [57] исследовали перемагничивание частиц $\gamma\text{-Fe}_2\text{O}_3$, эпитаксиально покрытых кобальтом. В отсутствие обменного взаимодействия между фазами зависимость коэрцитивной силы H_c от относительной толщины покрытия имела ступенчатый характер, скачком изменяясь при превышении объёма покрытия над объёмом внутренней части. С увеличением константы обменного взаимодействия зависимость H_c от толщины покрытия становилась гладкой, причём начальный наклон этой кривой определялся величиной константы анизотропии кобальтового покрытия, а уровень насыщения — взаимодействием через границу.

Дальнейшее развитие модели двухкомпонентных частиц пошло по пути отказа от условия однородности намагниченности в объёме зерна. Решение задачи о распределении магнитного момента в двухкомпонентном зерне проводилось путём линеаризации уравнений микромагнетизма, что оказалось возможным лишь для бесконечно вытянутых цилиндрических частиц [49, 58, 59]; с помощью трёхмерного моделирования [20, 60]; либо методом минимизации функционала в классе заданных функций [61, 62].

В работах Крюкова и Манакова [61, 62] методом Ритца решалась задача на стабильность однородного состояния сферической двухфазной частицы. Авторами получено аналитическое выражение для критического поля образования веерной магнитной структуры в случае достаточно тонкого поверхностного слоя. Там же показано, что появление низко- либо высокоанизотропного поверхностного слоя приводит к изменению намагниченности насыщения квазиоднодоменного зерна.

Aharoni [58, 59] исследовал перемагничивание частиц $\gamma\text{-Fe}_2\text{O}_3$, покрытых Co, через образование мод «curling» и «buckling». При этом, используя экспериментальные данные [52], он пытался подобрать значение обменной константы A . Им также было показано, что критическое поле является функцией произведения объёма покрытия на его константу анизотропии. Yang и Chang [49], усовершенствовав модель Aharoni, провели исследование зависимости магнитных характеристик зерна от обменного взаимодействия через границу раздела фаз. Кроме случая эпитаксиального покрытия авторами [49] были рассмотрены варианты объёмного распределения Co в частице, а также зёрна, модифицированные кобальтом.

Результаты компьютерного моделирования процесса перемагничивания вытянутых частиц $\text{Co}\text{-}\gamma\text{-Fe}_2\text{O}_3$ представлены в работах Schabes и

Bertram [20, 60]. Ими было показано, что частицы с шириной основания 95 нм и константой анизотропии покрытия $K_{\text{shell}} > 5 \cdot 10^5$ эрг/см³ могут находиться в состояниях с взаимно обратным направлением намагниченностей фаз.

Schabes [60] не обнаружил подобного распределения магнитных моментов фаз в частицах железа, покрытых слоем магнетита. Полученные в результате моделирования большие значения переключающего поля двухфазных частиц по сравнению с гомогенными Schabes объясняет увеличением вытянутости железного ядра.

1.3. Влияние термических флуктуаций на магнитные состояния ансамбля малых частиц

В основе исследований магнитных состояний, представленных в пп. 1.1, 1.2 лежит предположение, что высота потенциального барьера, разделяющего два равновесных состояния магнитного момента ΔE , значительно больше энергии тепловых флуктуаций $k_B T$.

При произвольном соотношении между ΔE и $k_B T$ динамика магнитного момента может быть описана уравнением Фоккера-Планка [63]. В первом приближении вероятность изменения состояния частицы за счёт когерентного вращения магнитного момента [63] пропорциональна $\exp(-\Delta E/k_B T)$. В случае неоднородного перемагничивания из метастабильного однородного состояния, антипараллельного внешнему полю, в стабильное [64], вероятность также оценивается соотношением $W = \Omega \exp(-\Delta E/k_B T)$ (Ω — частотный фактор, рассчитанный в цитируемой работе).

В теории Нееля [65] время релаксации $\tau \sim W^{-1}$ определяется следующим образом: магнитные моменты рассматриваются как гироскопы, причём угол их прецессии определяется взаимодействием, обусловленным анизотропией, и остаётся постоянным до тех пор, пока в экваториальной плоскости не возникают силы, приводящие к повороту магнитного момента. В качестве такого возмущения Неель выбирает магнитоупругую силу и поперечное размагничивающее поле (считается, что зерно является эллипсоидом). Это взаимодействие и определяет частоту пересечения магнитным моментом экваториальной плоскости эллипсоида

$$f_0 = \frac{eH_c}{2m} [3G\lambda + DI_s^2] \sqrt{\frac{2v}{\pi Gk_B T}}, \quad (1.27)$$

здесь e , m — заряд и масса электрона, G — модуль сдвига, D — постоян-

ная, зависящая от формы частиц и равная примерно 3, $H_c = k_x I_s$, v — объем зерна. Умножая (1.27) на больцмановский множитель, приходим к следующему выражению для времени релаксации:

$$\tau_0^{-1} = f_0 \exp \left\{ -\frac{v H_c I_s}{2 k_B T} \right\}. \quad (1.28)$$

Аналогично вычисляется τ в случае, когда частица находится во внешнем поле H , направленном параллельно её оси. Расчёт показывает, что время релаксации, соответствующее переходу из состояния с $\theta = 0$ в состояние $\theta = \pi$, не совпадает со временем релаксации при обратном переходе:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau(0, \pi)} &= f_0 \left(1 - \frac{H}{H_c} \right) \sqrt{1 - \frac{H^2}{H_c^2}} \exp \left\{ -\frac{v I_s (H_c + H)^2}{2 H_c k_B T} \right\}, \\ \frac{1}{\tau(\pi, 0)} &= f_0 \left(1 + \frac{H}{H_c} \right) \sqrt{1 - \frac{H^2}{H_c^2}} \exp \left\{ -\frac{v I_s (H_c - H)^2}{2 H_c k_B T} \right\}. \end{aligned} \quad (1.29)$$

Полное время релаксации определяется суммой

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau(0, \pi)} + \frac{1}{\tau(\pi, 0)}. \quad (1.30)$$

Зная время релаксации Л. Неель, оценивает эффективный магнитный момент зерна, исходя из следующего уравнения:

$$m_0 \frac{dn}{dt} = -m_0 \frac{n}{\tau} + m_0 N \left(\frac{1}{\tau(\pi, 0)} - \frac{1}{\tau(0, \pi)} \right), \quad (1.31)$$

где $n = N_1 - N_2$, N_1 , N_2 — число зёрен с параллельными или антипараллельными полю магнитными моментами $m_0 = I_s v$. Решением (1.31) с начальными условиями $n(0) = 0$, является

$$M(t) = N m_0 \frac{1/\tau(\pi, 0) - 1/\tau(0, \pi)}{1/\tau(\pi, 0) + 1/\tau(0, \pi)} \left(1 - e^{-t/\tau} \right). \quad (1.32)$$

В случае $H \ll H_c$ величину

$$\langle m \rangle = I_s v \operatorname{th} \frac{I_s v H}{k_B T} \quad (1.33)$$

можно рассматривать как эффективный магнитный момент зерна.

Моделирование тепловых возбуждений магнитных моментов частиц проводилось не только в рамках вышеупомянутой теории Нееля-Брауна

[39,63], но и путём численного решения уравнения Ландау-Лифшица с введением в него случайного магнитного поля [66,67]. Klik и Gunther [66,67] показали, что «частота попыток флуктуаций» f_0 одноосных частиц зависит от температуры T и практически не зависит от неё для многоосных.

В последнее время предпринимаются попытки моделирования термических возбуждений малых частиц методом Монте-Карло [68–71]. Так, например, в работе [70] проводится усреднение по магнитным моментам ансамбля однодоменных частиц. Авторы [71] моделируют перемагничивание разбитой на блоки отдельной однодоменной частицы в пренебрежении магнитостатическим взаимодействием между блоками.

1.4. Некоторые виды остаточной намагниченности

Как отмечалось ранее, остаточная намагниченность существенно зависит от дополнительных к внешнему полю воздействий. Если таковых нет, то намагниченность, измеренная в поле \mathbf{H} , называется индуктивной \mathbf{I}_i , а измеренная после выключения поля — нормальной остаточной (либо изотермической) намагниченностью \mathbf{I}_r . В случае, когда дополнительными воздействиями являются: напряжения — образуется пьезоостаточная намагниченность; температура — термоостаточная намагниченность \mathbf{I}_{rt} ; время — вязкая намагниченность \mathbf{I}_{rv} и т. д.

1.4.1. Нормальная остаточная намагниченность

Расчёт намагниченности, механизм образования которой связан процессами однородного вращения магнитного момента зерна, проводился как для моно- так и для поликристаллов (см., например, [38, 39, 72–75]). В основе расчёта намагниченности системы однодоменных частиц, проведённого Л. Неелем [39, 75], лежит предположение о том, что элементарный цикл перемагничивания каждого зерна является прямоугольным, что соответствует случаю, когда магнитное поле параллельно «лёгкой оси» ферромагнетика. Однако, как будет показано во второй главе, положение «лёгкой оси» также, как и критическое поле, определяется конкуренцией различных типов анизотропии (кристаллографической, анизотропии формы, наведённой механическими напряжениями и т. д.) Поэтому предположение прямоугольности цикла перемагничивания является приближённым.

Кроме того, при большой плотности частиц невозможно пренебречь их магнитостатическим взаимодействием. В этом случае элементарные цик-

лы перемагничивания становятся смещёнными относительно приложенного поля \mathbf{H} на величину поля взаимодействия \mathbf{H}_i . Частица может изменить направление своего магнитного момента на противоположное не в поле \mathbf{H} , как это было в невзаимодействующей системе, а в поле $\mathbf{H} + \mathbf{H}_i$ или $\mathbf{H} - \mathbf{H}_i$, в зависимости от того, параллельны или антипараллельны \mathbf{H} и \mathbf{H}_i .

Достаточно простой и наглядный способ представления намагниченности на фазовой диаграмме (схеме) Прейзаха, получившей своё развитие в работах [39, 76, 77], позволил авторам [78–80] рассчитать нормальную остаточную намагниченность.

В работах [36, 75] было показано, что если поле \mathbf{H} приложено под углом φ к «лёгкой оси», то критическое поле зависит от направления магнитного поля. В связи с тем, что при произвольной ориентации поля невозможно определить аналитически угол θ между «лёгкой осью» и магнитным моментом зерна \mathbf{m} , то задача о зависимости намагниченности от поля \mathbf{H} решается численно [81, 82].

Так, например, в работе [81] намагниченность одинаковых невзаимодействующих частиц рассчитывается следующим образом:

$$I(H) = \frac{m}{V} \int P(\varphi) \cos(\theta - \varphi) d\varphi, \quad (1.34)$$

где $P(\varphi)$ — функция распределения по φ , задаваемая авторами [81] в виде:

$$P(\varphi) = A, \quad P(\varphi) = A \sin \varphi, \quad P(\varphi) = \frac{AE^2 \sin \varphi}{\cos^2 \varphi + E^2 \sin^2 \varphi}, \quad \frac{AE}{\cos^2 \varphi + E^2 \sin^2 \varphi}, \quad (1.35)$$

V — объём образца, A — постоянная, определяется из условия нормировки

$$\int P(\varphi) d\varphi = 1, \quad (1.36)$$

а угол θ — из условия равновесия магнитного момента

$$k_x I_s \sin \theta \cos \theta + H \sin(\varphi - \theta) = 0, \quad (1.37)$$

k_x — константа одного из видов анизотропии.

Отметим, что при хаотическом распределении осей легчайшего намагничивания можно определить аналитическую зависимость нормальной остаточной намагниченности от поля H . Действительно, так как в остаточную намагниченность дают вклад лишь те частицы, для которых $H_0 \equiv k_x I_s \left(\cos^{2/3} \varphi + \sin^{2/3} \varphi \right)^{-3/2} \leq H$ то, полагая в (1.34) $\theta = 0$, $P(\varphi) = (N/2) \sin \varphi$ и интегрируя от φ_0 до $\pi/2 - \varphi_0$ (φ_0 определяется

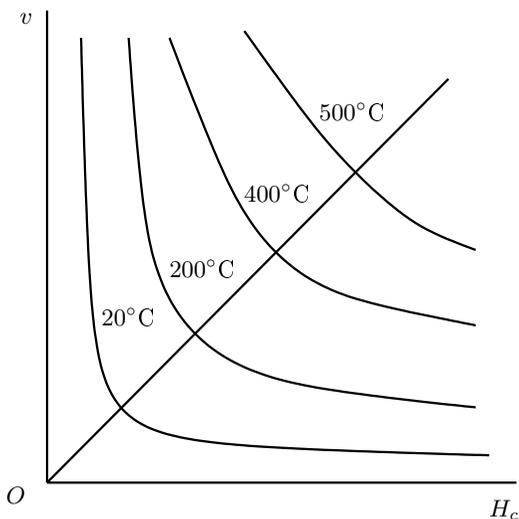


Рис. 1.3. Изображение линий постоянного времени релаксации на диаграмме Л. Нееля

равенством $\sin 2\varphi_0 = \frac{2H}{k_x I_s} \left[\frac{(k_x I_s / H)^2 - 1}{3} \right]^{3/2}$) получаем:

$$I_r(H) = \frac{mN}{2V} \sqrt{1 - \frac{4H^2}{k_x^2 I_s^2} \left[\frac{(k_x I_s / H)^2 - 1}{3} \right]^3}. \quad (1.38)$$

Выражение (1.38) выполняется для полей $k_x I_s / 2 \leq H \leq k_x I_s$ при $H < k_x I_s / 2 - I_r(H) = 0$, а при $H \geq k_x I_s - I_r(H) = Nm / (2V)$.

1.4.2. Вязкая намагниченность

Как уже отмечалось в п. 1.3, если тепловая энергия $k_B T$ соизмерима с высотой потенциального барьера, то за время порядка времени релаксации магнитный момент может перейти из одного равновесного состояния в другое. Следовательно, при расчёте изотермической намагниченности нужно принимать во внимание термические возбуждения магнитного момента зерна, что существенно для частиц, время релаксации которых сравнимо со временем эксперимента.

Выражения для времени релаксации (1.28)–(1.30) и магнитного момента (1.31), (1.32) позволили Неелю исследовать магнитные свойства системы однодоменных частиц, имеющих различные объёмы v и коэрцитивные

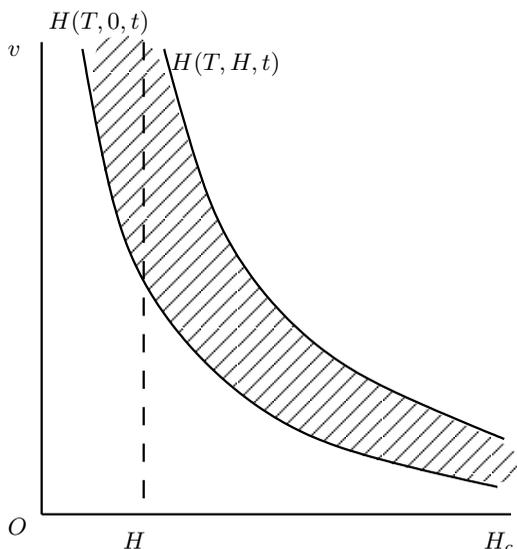


Рис. 1.4. Изображение нормальной остаточной намагниченности (заштрихованная область) на диаграмме Л. Нееля

силы H_c . Если рассматривать τ как функцию v и H_c при постоянных H и T , то на диаграмме $[v, H_c]$ линиями $\tau = t$ являются гиперболы (см. рис. 1.3).

Если $H \neq 0$, то, следуя обозначениям Нееля, кривая $H(T, 0, t)$ соответствует $\tau_0 = t$, кривая $H(T, H, t)$ — $\tau = t$ (см. рис. 1.4). Тогда частицам со временем релаксации $\tau < t$ можно сопоставить точки слева от кривой $H(T, H, t)$. Соответственно справа от $H(T, H, t)$ располагаются изображающие точки частиц с $\tau > t$.

Если поле убрать, то через время t точкам, распределённым слева от кривой $H(T, H, t)$ будут соответствовать частицы с $\langle m \rangle = 0$, а частицы, изображающие точки которых находятся между кривыми $H(T, 0, t)$ и $H(T, H, t)$, будут обладать магнитным моментом $\langle m \rangle = I_s v \operatorname{th}(I_s v H / k_B T)$. Они и создадут изотермическую остаточную намагниченность. Понятно, что такая намагниченность должна уменьшаться во времени, так как к моменту времени $t' > t$ после выключения поля придут в размагниченное состояние все зёрна с $\tau < t$, что соответствует коэрцитивным силам

$$H_c = \frac{2k_B T}{I_s v} (\ln f_0 + \ln \tau). \quad (1.39)$$

Очевидно, если выдерживать частицы в поле H время t , то согласно (1.32) магнитный момент должен расти. Этот прирост во времени и

определяет вязкую намагниченность I_v . Наряду с такими достоинствами, как наглядность и простота изображения, диаграмма $[v, H_c]$ обладает существенным недостатком: распределение по H_c ($0 \leq H_c \leq H_{c\max}$) постулируется, в то время как в принятой Неелем модели минимальная коэрцитивная сила $H_{c\min} = k_A I_s / 2$.

Браун и Bertram [83] разработали модель неоднородного перемагничивания удлинённых частиц с флуктуирующим магнитным моментом. Авторы рассчитали высоту энергетического барьера и, полагая вероятность перехода из одного состояния в другое пропорциональной $\exp(-\Delta E/k_B T)$, оценили значения коэрцитивной силы H_c . Как и следовало ожидать, H_c оказалась значительно ниже, чем в модели Нееля-Брауна. Кроме того ими показано, что наиболее заметно снижение коэрцитивности в случае больших значений вытянутости частиц. В работе [83] также получено, что уменьшение критического поля по сравнению со значением [36] наиболее выражено для параллельного и перпендикулярного расположения частицы относительно внешнего поля.

1.4.3. Термовязкая намагниченность

В. А. Шашкановым и В. В. Металловой [84] было замечено, что нагревание ферромагнитного образца в поле H от T_0 до T приводит к увеличению намагниченности $I(H, T_0 \rightarrow T)$ по сравнению с намагниченностью, полученной при температуре T .

Возникшая при этом разность $I(H, T_0 \rightarrow T) - I(H, T)$, объясняемая ими ускорением вязкостного процесса, была названа термовязкой намагниченностью. Предположение об ускорении вязкостного процесса авторы [84] подкрепляют расчётом вязкой намагниченности, полученной в процессе увеличения температуры от T_0 до T , обобщая теорию Р. Стритта и И. К. Вуллея [85] на случай неизотермического процесса.

Авторы использовали выражение для вероятности флуктуации:

$$w = c \exp \left\{ -\frac{E - T\Delta S}{k_B T} \right\}, \quad (1.40)$$

в котором, в отличие от [85], учитывается энтропийный член $T\Delta S$ (здесь E — энергия активации, c — нормировочная константа), а также предположили, что температура образца растёт логарифмически во времени ($T = T_0 + A \ln(t/t_0)$). Им удалось, исходя из уравнения для скорости изменения намагниченности во времени [85]:

$$\frac{dI}{dt} = \bar{i} \int_0^\infty f_0(E) \lambda(E, t) \exp \{-\lambda(E, t)t\} dE \quad (1.41)$$

в приближении $\lambda(0, t)t \gg 1$, получить выражение для коэффициента магнитной вязкости:

$$S^*(T_0 \rightarrow T) = \frac{1}{2}(B + 1) \{S(T_0) + S(T)\}. \quad (1.42)$$

Здесь использовались обозначения [84]: \bar{i} — средний прирост намагниченности за счёт одной «успешной активации», $f_0(E)$ — значение функции распределения по E при $t = 0$,

$$\lambda(E, t) = c \exp \left\{ -\frac{E - T\Delta S}{k_B T} \right\} = c \exp \left\{ -\frac{E}{k_B T} \right\} \left(\frac{t}{t_0} \right)^B, \quad B = \frac{c\nu\rho A}{k_B T_0},$$

c, ρ — удельная теплоёмкость и плотность материала в объёме термической активации, T_0 — температура, при которой находился образец ко времени t_0 , A — постоянная, определяемая скоростью нагрева, $S(T) = \bar{i}k_B T f_0(\bar{E})$.

Из (1.42) следует, что монотонное повышение температуры увеличивает скорость вязкостного процесса в $(B + 1)$ раз. Слабым местом предложенного подхода можно назвать предположение о независимости $f_0(E)$ от температуры. Этот недостаток отсутствует в методе, развитом Ю. Д. Тропиным и И. А. Стречкулом [86], которые определили коэффициент вязкости уравнением аналогичным (1.41)

$$S(t, T) \equiv \frac{dI_v}{d \ln t} = \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} f(\tau, T) \langle I_s v \rangle_{\tau, T} \exp \left\{ -\int_0^t \frac{dt}{\tau} \right\} \frac{t}{\tau} d \ln \tau, \quad (1.43)$$

где $f(\tau, T)$ — функция распределения по времени релаксации, $\langle I_s v \rangle_{\tau, T}$ — средний момент зерна подансамбля $\Delta N = f(\tau, T) \Delta \ln \tau$ при температуре T , τ — постоянная времени, которая может зависеть от t через входящие в неё параметры.

Выражение (1.43) позволяет сравнить скорости изменения вязкой намагниченности при постоянной и монотонно меняющейся температурах.

Если один из одинаковых образцов нагревать в поле H от температуры T_1 до T_2 некоторое время, а второй это же время выдерживать в таком же поле при температуре T_2 , то согласно (1.43):

$$S_1(t, T_1 \rightarrow T_2) = \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} f(\tau, T) \langle I_s v \rangle_{\tau, T} \exp \left\{ -\int_0^t \frac{dt}{\tau} \right\} \frac{t}{\tau} d \ln \tau,$$

$$S_2(t, T_2) = \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} f(\tau, T_2) \langle I_s v \rangle_{\tau, T_2} \exp \left\{ -\frac{t}{\tau} \right\} \frac{t}{\tau} d \ln \tau.$$

Из этих уравнений непосредственно следует, что в начальный момент времени $S_1 < S_2$. По мере увеличения температуры первого образца ситуация

будет меняться и при $T = T_2 S_1 > S_2$, следовательно, монотонное повышение температуры приводит к увеличению скорости вязкостного процесса.

Аналогичным образом объясняется ускорение спада вязкой остаточной намагниченности при повышении температуры в работе [87].

1.4.4. Переходная термоостаточная намагниченность

Как известно, константа кристаллографической анизотропии k_A титаномагнетитов меняет знак при температурах $100 \div 150$ К [88] (разброс по температурам перехода k_A через ноль определяется содержанием титана), а так как константа анизотропии k_A определяет высоту потенциального барьера, то, казалось, можно размагничивать образцы, содержащие титаномагнетит, не нагреванием до температуры Кюри T_c , а охлаждением их до изотропной точки, то есть до температуры, при которой константа кристаллографической анизотропии обращается в ноль $T_{k_A=0}$ [89].

Однако, как показали дальнейшие исследования [90–98], не все виды намагниченности ведут себя одинаковым образом по отношению к низкотемпературной чистке. Так, например, термоостаточная намагниченность разрушается лишь частично [91,95], в то время как нормальная остаточная намагниченность уменьшается до нуля и даже может изменить направление на противоположное при температурах $T < T_{k_A=0}$, но при увеличении температуры до комнатной T_0 часть намагниченности восстанавливается [92, 94, 98]. Эта часть, оставшаяся после низкотемпературной чистки, была названа «памятью» остаточной намагниченности.

При исследовании влияния низкотемпературной чистки на различные виды остаточной намагниченности [90–92] было установлено, что при нагревании образца в магнитном поле образуется намагниченность, названная авторами [90] «переходной термоостаточной» (следуя обозначениям [90] TTRM). В работе [95] изучалась намагниченность, образованная при охлаждении образца от комнатной температуры T_0 до изотропной точки $T_{k_A=0}$ (TTRM $_{T_0, H}^{T_{k_A=0}}$), которая оказалась приблизительно в 3–4 раза меньше, чем TTRM $_{T_{k_A=0}, H}^{T_0}$.

Качественное объяснение TTRM и «памяти» дали И. Н. Петров и В. В. Металлова [95–98]. Основой их рассуждений является предположение о распределении доменов по изотропным точкам, то есть о спектре изотропных точек $T_{i k_A=0}$. А так как в изотропной точке высота потенциального барьера уменьшается, то при некотором поле, большем, чем высота барьера, может произойти смещение границы, то есть образование намагниченности. Такие представления позволили им объяснить не только TTRM, но и «память» TTRM $_{T_0, H}^{T_{k_A=0}}$, связав её с TTRM $_{T_{k_A=0}, H}^{T_0}$.

Несмотря на свою логичность, идея о группах доменов, распределённых по изотропным точкам, в теории И. Н. Петрова и В. В. Металловой не содержит указания на физическую природу возникновения спектра изотропных точек и поэтому нуждается в дальнейшем развитии.

1.4.5. Термоостаточная намагниченность

Термоостаточной намагниченности однодоменных частиц посвящено большое число работ (см., например, [65, 99–106]). Но, несмотря на различие в деталях, за исключением [104–106], в них фактически обсуждается механизм образования термоостаточной намагниченности, предложенной Л. Неелем [39, 65].

Согласно [65] время релаксации однодоменных частиц должно меняться от $\tau = 0$ при $T = T_c$ до $\tau = \infty$ при $T = 0$. Отсюда следует, что для любого t (t — время эксперимента) должна существовать такая температура T_b , при которой $\tau = t$. Предположим, что зерно остывает в поле H от температуры $T > T_b$. При $T > T_b$ средний магнитный момент зерна $\langle m \rangle$ определяется формулой (1.33). Если же температура станет ниже, чем T_b , то время релаксации частицы возрастает, в результате чего средний магнитный момент примет вид

$$\langle m \rangle = vI_s(T_b) \operatorname{th} \frac{vI_s(T_b)H(T_b)}{k_B T_b}, \quad (1.44)$$

где $H(T_b)$ — магнитное поле, которое действует при температуре T_b .

В случае многодоменных зёрен механизм образования термоостаточной намагниченности аналогичен описанному выше. Намагниченность, образованная выше блокирующей температуры T_b , закрепляется возросшими с понижением температуры потенциальными барьерами. Вообще говоря, если поле выключается при температуре $T_0 \neq 0$, то термоостаточная намагниченность не является предельной, так как для некоторых частиц блокирующая температура T_b может оказаться ниже T_0 . Такая намагниченность называется частичной или парциальной термоостаточной.

Отметим, что сумма парциальных термоостаточных намагниченностей не всегда равна термоостаточной [107].

1.4.6. Влияние механических нагрузок на процессы намагничивания

Исследуя влияние механических напряжений на свойства магнитных материалов, а также горных пород, обычно изучают такие характеристики ферромагнетиков, как: коэрцитивная сила H_c [108], остаточная намагниченность насыщения I_{rs} [109], начальная магнитная восприимчивость

χ_0 [110–112], а также связанные с механическим воздействием обратимые и необратимые изменения остаточной намагниченности I_{rx} [112–115]. Сюда же можно добавить эффекты, связанные с изменением скорости возникновения различных видов намагниченности и четыре разновидности пьезоостаточной намагниченности [113].

Следуя классификации Т. Нагаты [112], эффекты, связанные с механическим воздействием, можно разделить на две группы. Эффекты первой группы носят обратимый характер по отношению к одноосному сжатию (растяжению), то есть исчезают при снятии нагрузки. К ним можно отнести обратимое изменение коэрцитивной силы, остаточной намагниченности насыщения и магнитной восприимчивости.

Эффекты второй группы: размагничивание под давлением, образование пьезоостаточной намагниченности, изменения скорости возникновения различных видов остаточной намагниченности — относятся к необратимым.

Магнитная восприимчивость

В большинстве экспериментов одноосное сжатие производится в направлении, параллельном или перпендикулярном приложенному полю или имеющейся остаточной намагниченности. Поэтому условимся эффект, относящийся к случаю, когда одноосное сжатие параллельно направлению поля и остаточной намагниченности, называть продольным. Соответственно, в случае когда напряжения перпендикулярны полю или остаточной намагниченности — поперечным эффектом.

Зависимость восприимчивости горных пород от одноосного сжатия впервые подробно изучалась А. Г. Калашниковым и С. П. Капцеей [109]. Ими экспериментально было показано, что продольная магнитная восприимчивость χ_0^{\parallel} уменьшается с увеличением одноосного сжатия σ , в то время как поперечная восприимчивость χ_0^{\perp} увеличивается с ростом σ и асимптотически приближается к некоторому пределу для больших значений напряжений.

Эмпирическое соотношение между χ_0^{\parallel} и σ может быть записано в виде:

$$\chi_0^{\parallel}(\sigma) = \frac{\chi_0}{1 + \beta\sigma}, \quad (1.45)$$

где χ_0 — изотропная магнитная восприимчивость при $\sigma = 0$, β — постоянная, имеющая, например, для вулканических пород величину $(0.5 \div 5.0) \cdot 10^{-4}$ см²/кг.

Эмпирическая формула, для поперечной восприимчивости $\chi^{\perp}(\sigma)$ несколько сложнее (1.45), так как из эксперимента известно, что $\chi^{\perp}(\sigma) \approx \chi_0(1 + \beta\sigma/2)$ при $\beta\sigma \ll 1$ и $\chi^{\perp}(\sigma) \approx \chi_0(1 + \varepsilon)$ при $\sigma \rightarrow \infty$ (здесь

$\varepsilon = 0.02 \div 0.15$ для вулканических пород). В наиболее простой форме зависимость $\chi^\perp = \chi^\perp(\sigma)$ имеет вид [112]:

$$\chi^\perp(\sigma) = \chi_0 \left[1 - \varepsilon + \sqrt{\varepsilon^2 + \frac{1}{4}\beta^2\sigma^2 - \frac{1}{2}\beta\sigma} \right]^{-1}, \quad (1.46)$$

ε и β — параметры, определяемые из эксперимента.

Вообще говоря, соотношение (1.46) выполняется при малых σ . Если напряжения велики, то, как показали М. А. Грабовский, Е. И. Пархоменко [111] и другие авторы [108], отношение $\chi_0^\parallel(\sigma)/\chi_0 \rightarrow \alpha$ при $\sigma \rightarrow \infty$. С учётом этого замечания (1.45) можно переписать так:

$$\chi^\parallel(\sigma) = \chi_0 \frac{1 + \alpha\beta\sigma}{1 + \beta\sigma}. \quad (1.47)$$

Формулы (1.46), (1.47) были теоретически обоснованы Т. Нагатай [116]. Исходя из предположения о том, что образование намагниченности происходит за счёт вращения магнитного момента зерна, он рассчитал константы α , β и ε , выразив их через константу кристаллографической анизотропии k_A , изотропную постоянную магнитострикции λ_s , средний размагничивающий фактор N и спонтанную намагниченность I_s .

Влияние одноосного сжатия на изотермическую остаточную намагниченность

Влияние одноосного сжатия на изотермическую остаточную намагниченность I_r изучали Т. Нагата и Б. Карлтон [112–114], а также другие авторы [41, 115, 117]. В работах [112–114] подробно исследовалось влияние относительно малого (менее 120 кг/см²) продольного и поперечного сжатия на намагниченность, образованную в слабых магнитных полях (порядка 1 ÷ 20 эрстед). Как продольное, так и поперечное сжатия проявлялись в необратимом размагничивании $I_r(H)$. Т. Нагата и Б. Карлтон использовали следующее обозначение для изотермической остаточной намагниченности — $I_r(H_+H_0)$. Оно относится к остаточной намагниченности I_r , приобретаемой в такой последовательности: приложили поле (H_+) и сняли его (H_0). Подобным же образом намагниченность, оставшуюся после приложения сжимающих напряжений (σ_+) и снятия их (σ_0), обозначим через $I_r(H_+H_0\sigma_+\sigma_0)$.

Хотя степень понижения I_r при поперечном сжатии меньше (на 15 ÷ 20 %), чем при продольном, общая тенденция эффекта размагничивания при сжатии практически одна и та же в обоих случаях.

Исходя из того, что напряжения, которым подвергались образцы в экспериментах, меньше 120 кг/см^2 , авторы [114] делают вывод, что необратимого вращения остаточной намагниченности не должно быть, а наблюдаемый эффект размагничивания при сжатии обусловлен только необратимым смещением границ 90° -ных доменов. В этой же работе Т. Нагата и Б. Карлтон теоретически описали эффект размагничивания полем, приложенным как параллельно, так и перпендикулярно одноосным напряжениям. Основой расчёта являются следующие предположения: перемещение границ 90° -ных доменов подчиняется закону Релея: 90° -ные домены распределены хаотически по образцу, магнитострикция изотропна.

Из кривых, рассчитанных теоретически, следует, что эффект размагничивания I_r зависит от отношения H_c/H , то есть от σ/H ($H_c = 3\lambda_s\sigma/\sqrt{2}I_s$), что является одним из выводов, вытекающих из результатов экспериментов.

Слабым местом теории является предположение о малости энергии кристаллографической анизотропии и размагничивающего поля по сравнению с энергией механических напряжений, что не соответствует действительности, так как, например, для магнетита ($\lambda_s \sim 10^5$, $I_s \sim 500$ ед. СГС) при $\sigma \approx 100 \text{ кг/см}^2$, $H_c \sim 1$ эрстеда.

Пьезоостаточная намагниченность

Если нагрузка, определяющая одноосное сжатие, снимается в присутствии магнитного поля, то возникает остаточная намагниченность, которая значительно превосходит по величине изотермическую остаточную $I_r(H_+H_0)$. Эта намагниченность названа пьезоостаточной [118].

В области малых полей продольная пьезоостаточная намагниченность $I_r^{\parallel}(H_+\sigma_+\sigma_0H_0)$ пропорциональна H , что отличает её от $I_r^{\parallel}(\sigma_+H_+H_0\sigma_0)$ и $I_r(H_+H_0)$. Поперечная пьезоостаточная намагниченность $I_r^{\perp}(H_+\sigma_+\sigma_0H_0)$ тоже возрастает, хотя всегда меньше (на $10 \div 25$ %), чем $I_r^{\parallel}(H_+\sigma_+\sigma_0H_0)$.

Основные свойства пьезоостаточной намагниченности могут быть выражены следующими эмпирическими соотношениями [112–114]:

$$I_r^{\parallel}(H_+\sigma_+\sigma_0H_0) = C^{\parallel}(\sigma)H, \quad (1.48)$$

$$I_r^{\perp}(H_+\sigma_+\sigma_0H_0) = C^{\perp}(\sigma)H, \quad (1.49)$$

$$C^{\parallel}(\sigma) > C^{\perp}(\sigma), \quad \frac{\partial C^{\parallel}}{\partial \sigma} > 0, \quad \frac{\partial C^{\perp}}{\partial \sigma} > 0, \quad (1.50)$$

$$C^{\parallel}(\sigma) \sim \sigma, \quad C^{\perp}(\sigma) \sim \sigma. \quad (1.51)$$

Экспериментальные значения $C^{\parallel}(\sigma)$ и $C^{\perp}(\sigma)$ сильно различаются для различных образцов горных пород. Например, $C^{\parallel}(\sigma)$ для вулканических пород колеблется от $0.2 \cdot 10^{-4}$ до $10 \cdot 10^{-4} \text{ 1/(см}^3 \cdot \text{Э)}$ при $\sigma = 116 \text{ кг/см}^2$.

Т. Нагата и Б. Карлтон [113, 114] высказали предположение, что пьезостаточная намагниченность обусловлена необратимым перемещением границ 90° -ных доменов под действием поля и одноосного сжатия. Основные предпосылки расчёта $I_r(H_+\sigma_+\sigma_0H_0)$ те же, что и эффекта размагничивания при сжатии. В случае $H \ll H_c$ выражения для продольной и поперечной пьезостаточной намагниченности имеют вид

$$I_r^{\parallel}(H_+\sigma_+\sigma_0H_0) = \frac{48}{5\sqrt{2}\pi} \frac{B\lambda_s\sigma}{I_s} H, \quad (1.52)$$

$$I_r^{\perp}(H_+\sigma_+\sigma_0H_0) = \frac{36}{5\sqrt{2}\pi} \frac{B\lambda_s\sigma}{I_s} H, \quad (1.53)$$

где B — постоянная Релея.

Авторами [113, 114] были рассмотрены ещё четыре вида остаточной намагниченности: $I_r(\sigma_+H_+\sigma_0H_0)$, $I_r(H_+\sigma_+H_0\sigma_0)$, $I_r(\sigma_+H_+H_0\sigma_0)$, $I_r(\sigma_+\sigma_0H_+H_0)$, которые возникают в результате приложения и снятия H и σ в том порядке, как они стоят в круглых скобках. Экспериментальная проверка [113] показала, что:

$$I_r(H_+\sigma_+\sigma_0H_0) > I_r(\sigma_+H_+\sigma_0H_0) > I_r(H_+\sigma_+H_0\sigma_0) > I_r(\sigma_+H_+H_0\sigma_0) \quad (1.54)$$

как для продольной, так и для поперечной намагниченности, причём $I_r^{\parallel}(\sigma) > I_r^{\perp}(\sigma)$.

Пятый вид намагниченности $I_r(\sigma_+\sigma_0H_+H_0)$, механизм образования которой связан с последствием механических напряжений, отличается от $I_r(H_+H_0)$ лишь в том случае, когда $\sigma > \sigma_c$, причём критическое напряжение σ_c зависит от величины поля H .

Подводя итог своим исследованиям, Т. Нагата [112] делает вывод, что эффекты, обратимые по отношению к сжатию, связаны с обратимым вращением спонтанной намагниченности доменов. Наличие необратимых эффектов, таких как пьезостаточная намагниченность, размагничивание изотермической намагниченности при сжатии, изменение скорости намагничивания обусловлено необратимым перемещением границ 90° -ных доменов.

Если с первым выводом можно согласиться, то второй, очевидно, следует отнести лишь к многодоменным зёрнам. Так, используя модель однодоменных частиц, например, модель Нееля [65], можно показать, что соотношение (1.54) выполняется и в случае однодоменных частиц. Это было проделано в работе [113], авторы которой исходили из упрощённого выражения для индивидуальной коэрцитивной силы зерна H_c

$$H_c = H_{c0} - \frac{3\lambda\sigma}{I_s}. \quad (1.55)$$

Здесь H_{c0} — коэрцитивная сила зерна при $\sigma = 0$. Из (1.55) следует, что напряжения аналогичны полю H , с той лишь разницей, что поле однонаправленно, а напряжения одноосны.

Это позволило Д. Данлопу с соавторами [41], используя диаграмму $[v, H_{c0}]$, показать выполнимость соотношений (1.54) для однодоменных частиц.

В заключение отметим, что подход, развитый в работе [41], нуждается в обосновании, так как выражение (1.55) вводится априорно.

1.4.7. Кристаллизационная намагниченность

Наиболее подробно и наглядно процесс образования I_{rc} можно продемонстрировать на примере классического эксперимента Кобаяши [119] с меднокобальтовым сплавом. Здесь могут быть выделены три стадии этого процесса: первая — частицы кобальта большей частью суперпарамагнитны и полная намагниченность обратима; вторая — возникают и растут стабильные однодоменные частицы, с которыми связано наличие остаточной намагниченности; третья — зёрна кобальта, увеличиваясь в размерах, перерастают порог однодоменности и остаточная намагниченность разрушается. Следует обратить внимание на то, что данная схема поведения I_{rc} характерна и для любого из более поздних экспериментов [120–124], хотя и с присущими каждому из них особенностями. Например, в опытах [124, 125] на магнетите, синтезированном из оливина, создаётся кристаллизационная намагниченность, которая растёт со временем окисления (примерно до 5 ч), а затем, хотя и падает, но незначительно — меньше 20 % при 50 ч задержки. Авторы объясняют это тем, что вследствие малого среднего размера исходных зёрен оливина (около $5 \cdot 10^{-7}$ м), зерна магнетита не достигают истинного многодоменного состояния, т. е. остаются псевдооднодоменными.

Для описания процесса образования I_{rc} Г. Хайгом [126, 127] предложена теоретическая модель, представляющая химическую реакцию как возникновение зародышей нового магнитного вещества и использующая теорию тепловых флуктуаций однодоменных невзаимодействующих частиц, разработанную Л. Неелем [39]. Такой механизм подобен механизму приобретения I_{rt} с той разницей, что температура остаётся постоянной, но зато меняется объём частицы. При некотором объёме, называемом блокирующим объёмом v_b , частица переходит из суперпарамагнитного состояния в стабильное однодоменное и образуется остаточная намагниченность. Однако механизм Хайга, довольно хорошо объясняющий результаты эксперимента [119], не учитывает магнитостатического взаимодействия между зёрнами, и поэтому неприменим в тех случаях, когда средняя или локаль-

ная концентрация ферро- или ферримагнитных частиц в образце достаточно велика. Отметим тот факт, что при образовании на магнетите в экспериментах Л. И. Вигилянкой и А. Н. Третьяка [120, 121], и Нгуен Тхи Ким Тхоа и Д. М. Печерского [123, 128, 129] реализуется именно такая ситуация, т. е. магнитостатическое взаимодействие между зёрнами магнетита оказывает существенное влияние на величину и некоторые свойства как кристаллизационной остаточной намагниченности, так и созданных на тех же образцах идеальной и термоостаточной намагниченностей. Причём авторы работ [123, 128, 129] прямо указывают на межчастичное взаимодействие как на фактор, изменяющий свойства I_{rc} по сравнению с тем, что могло бы иметь место в отсутствии взаимодействия.

Так как свойства намагниченности существенно зависят от магнитного состояния ферримагнитных зёрен и носителями наиболее стабильной остаточной намагниченности являются однодоменные частицы, важно знать доменную структуру частиц, на которых образуется I_{rc} . Кроме того, с точки зрения палеомагнитологов, информативны не только величина остаточной намагниченности, но и соотношения между естественной и «лабораторными» видами остаточной намагниченности (реальной и термической), созданными на том же образце, а также стабильности по отношению к воздействию переменного поля, температуры и времени [130].

В экспериментах Л. И. Вигилянкой и А. Н. Третьяка [120, 121] исследовались искусственные образцы с гидрогетитом и магнетитом, сформировавшиеся в процессе химических реакций, протекающих при комнатной температуре в постоянных магнитных полях от 0.02 до 0.1 мТл в течение 0.5÷1.5 месяцев.

Авторы [120, 121] провели детальный анализ коэрцитивных спектров, который показал, что в процессе реакции постепенно исчезает низкокоэрцитивная область и максимум критических полей локализуется в интервале от 10 до 20 мТл. С увеличением в матрице валового содержания магнетита вплоть до окончания реакции наблюдается рост I_{rc} . После окончания реакции идёт только укрупнение зёрен путём собирательной кристаллизации, дегидратации, совершенствования структуры кристаллов, а также частичное окисление в первую очередь мелких зёрен магнетита до гематита. С некоторого времени величина I_{rc} стабилизируется, а затем постепенно уменьшается.

Из анализа коэрцитивных спектров и величины I_{rc} авторы делают следующий вывод: по истечении примерно 200 часов с начала синтеза структура кристаллов полученного вещества приобретает свойства, способствующие наиболее эффективному закреплению I_{rc} .

Следует отметить, что в интервале внешних полей от 0.02 до 0.1 мТл зависимость величины I_{rc} от интенсивности намагничивающего поля оста-

валась прямо пропорциональной. С помощью метода сравнения характеристик стабильности [131] установлено, что по устойчивости к действию переменного поля I_{rc} близка к идеальной остаточной намагниченности.

Эксперименты по синтезу гидрогетита приводят к результатам, мало отличающимся от тех, которые получены при синтезе магнетита.

В описанных экспериментах не обсуждалась роль магнитостатического взаимодействия между зёрнами, хотя в случае магнетита, судя по величине I_{rc} и I_{rs} , оно должно быть велико. Об этом же свидетельствуют фотографии синтезированного магнетита, сделанные с помощью электронного микроскопа [132].

В работах Нгуен Тхи Ким Тхоа и Д. М. Печерского [123, 128–130] исследовалась кристаллизационная остаточная намагниченность магнетита, образующегося при окислении пирита и гетерофазного окисления титаномагнетита выше его точки Кюри. Кроме того, основные закономерности поведения I_{rc} проверялись путём образования кристаллизационной намагниченности магнетита на природных образцах (например, илах, содержащих пирит). Следует отметить, что по сравнению с предшествующими исследованиями I_{rc} , в работах [123, 128–130] исследования проводились более строго, например, используемые виды остаточной намагниченности (I_{ri} , I_{rt}) по возможности создавались и изучались в равных условиях. Так, при сопоставлении величины и стабильности I_{rc} , созданной при температуре выше комнатной, с другими видами намагниченности, измерение I_{ri} и I_{rt} и исследование их стабильности проводились при температуре образования кристаллизационной намагниченности T_k .

Авторы работ [123, 128–130] отмечают следующие основные свойства I_{rc} магнетита:

- 1) направление возникшей I_{rc} совпадает с направлением внешнего поля;
- 2) величина I_{rc} находится в пределах от 10^{-4} до 10^{-2} А·м²/кг и прямо пропорциональна концентрации ферритмагнетика;
- 3) как видно из таблицы 1.1, в области преобладания однодоменных зёрен отношение I_{rc}/I_{ri} (I_{ri} после T -чистки до температуры создания I_{rc}) меняется в интервале $1.00 \div 1.38$, в то время как отношение $I_{rpt}(T_c - T_k)/I_{rc} = 2.0 \div 3.7$;
- 4) в области преобладания однодоменных зёрен стабильность I_{rc} , I_{ri} и $I_{rpt}(T_c - T_k)$ практически одинакова и при температуре создания, и при комнатной температуре;
- 5) при появлении псевдооднодоменных и многодоменных зёрен I_{rc} образуется в основном избирательно на однодоменных зёрнах, а I_{ri} , I_{rs} и I_{rpt} — на всем спектре зёрен, поэтому стабильность I_{rc} к переменным полям выше, чем стабильность I_{ri} , I_{rs} и I_{rpt} ;

Таблица 1.1. Соотношение величин кристаллизационной, идеальной и термоостаточной намагниченностей магнетита, образующегося при окислении пирита (все измерения проведены при температуре T_k) [130].

Время выдержки при 450°С	$\frac{I_{rc}}{I_{ri}}$	$\frac{I_{rc}}{I_{rpt}}$	$\frac{I_{rpt}}{I_{ri}}$	$\frac{I_{ri}^{450}}{I_{ri}^{20}}$	$\frac{I_{rc}}{I_{ri}^{450}}$
10 мин	1.00	0.34	2.94	0.88	1.14
50 мин	0.83	0.32	2.59	0.80	1.04
2 часа	0.81	0.25	3.24	0.87	0.93

Примечание: I_{rpt} — парциальная термоостаточная намагниченность от 600°С до 450°С в поле 0.05 мТл, I_{ri} — значение I_{ri} , созданной при 450°С и измеренной при комнатной температуре после охлаждения в нулевом поле, I_{ri}^{450} — значение I_{ri} созданной при комнатной температуре и «остаренной» нагревом до 450°С.

6) спектр блокирующих температур I_{rc} практически совпадает со спектром блокирующих температур I_{rt} ;

7) в области слабого внешнего поля (0.01 ÷ 0.4 мТл) величина I_{rc} прямо пропорциональна напряжённости намагничивающего поля, а медианное поле H_M , отношение I_{rc}/I_{ri} и рост I_{rc} при охлаждении в нулевом магнитном поле не зависят от намагничивающего поля;

8) для системы взаимодействующих зёрен магнетита ($I_{rs} \geq 0.5 \text{ А} \cdot \text{м}^2/\text{кг}$) параметр $N_T \leq 0.15$ и может быть использован как дополнительный признак I_{rc} ;

9) при длительной выдержке ансамбля однодоменных зёрен при T_k изменяется их доменная структура (заметно растёт доля псевдооднодоменных зёрен). При исследовании доменного состояния методом построения диаграммы Прейзаха [76, 133] такие выводы подтверждаются. В образце 50-минутной выдержки содержатся зёрна, находящиеся в псевдооднодоменном состоянии, или смесь одно- и многодоменных частиц.

Кроме этого, важным является тот факт, что свойства естественной кристаллизационной остаточной намагниченности аутигенного магнетита в конкрециях, магнетита в рудах и серпентинитах аналогичны свойствам «лабораторной» I_{rc} . И тенденция изменения во времени свойств I_{rc} , образующейся в лаборатории на однодоменных зёрнах магнетита, прослеживается и при изучении аутигенного магнетита в конкрециях.

В заключение параграфа отметим, что свойства кристаллизационной остаточной намагниченности, образующейся в результате разных реакций, принципиально не отличаются друг от друга, т. е. не зависят от того, из

какого парамагнитного материала образуется ферримагнетик. В связи с этим, по постоянству отношения I_{rc}/I_{ri} (при сходстве коэрцитивных спектров размагничивания переменным полем), в принципе, возможно по величине I_{rc} определить напряжённость древнего геомагнитного поля эпохи кристаллизации ферримагнетика.

1.5. Магнитостатическое взаимодействие в ансамбле малых частиц

Немаловажным фактором, влияющим на процесс намагничивания ансамбля малых частиц, является их магнитостатическое взаимодействие. Так, например, при равномерном распределении магнитных зёрен в немагнитной матрице, поле, создаваемое одной из частиц на соседней, можно оценить как $H_m \approx 2I_s a^3/R^3 = 2cI_s$, где R — среднее расстояние между зёрнами, $c = a^3/R^3$ — объёмная концентрация магнетика в системе. Обычно в материалах для магнитной записи используются магнетики с высокими значениями спонтанной намагниченности $I_s \sim 350 \div 500$ Гс. Поэтому при $c \sim 0.1 \div 0.2$ влияние магнитостатического взаимодействия на процесс намагничивания может оказаться наиболее существенным в системе низкокоэрцитивных частиц.

Исследованию магнитостатического взаимодействия в системе однородных по химическому составу суперпарамагнитных зёрен посвящено достаточно большое число работ (см., например, [134–143]). Так, авторы [141], рассматривая ансамбль суперпарамагнитных частиц, показали, что вклад от диполь-дипольного взаимодействия подобен анизотропии, и поэтому время релаксации τ может быть записано как:

$$\tau = f_0^{-1} \exp \frac{E_{Ba} + E_{Bint}}{k_B T},$$

где E_{Ba} — энергетический барьер отдельной частицы, создаваемый за счёт анизотропии, и E_{Bint} — барьер, возникающий в результате дипольного взаимодействия.

В модели [142, 143] вычисляется энергия зерна, включающая в себя энергии анизотропии и магнитостатического взаимодействия с другими частицами. Авторы [142, 143] определяют величину энергетического барьера ΔE и вероятность перехода из одного состояния в другое W_{ik} . Расчёт ΔE был проведён на основе анализа энергии зерна, включающей энергии анизотропии и магнитостатического взаимодействия зёрен системы. Причём в модели [142, 143], в отличие от описанной выше, предполагается, что время изменения направления момента отдельной частицы намного меньше времени его «жизни» в равновесном состоянии.

Метод случайного поля взаимодействия (метод Маркова), изложенный, например, в работе Чандрасекхара [144] и подробно приведённый в [104, 134–137], основан на вычислении функции распределения по полям взаимодействия \mathbf{H}_i , позволяющей рассчитать намагниченность ансамбля частиц.

Несколько другой подход, основанный на разложении функции распределения $W(\mathbf{H}_i)$ в ряд Эджворта по моментам, предлагается в работе [140].

Глава 2

Магнитные состояния химически однородных однодоменных зёрен

Упрощающие предположения, принимаемые при оценке величины того или иного вида остаточной намагниченности, по существу, приводят нас к определённой модели ферромагнитного материала. Одна из таких моделей — модель однодоменных частиц — обладает рядом достоинств, наиболее существенными из которых являются простота расчёта и наглядность получаемых при её использовании результатов. Однако, область применимости такой модели ограничена заданием преимущественного вида магнитной анизотропии, определяющей критическое поле H_0 необратимого вращения магнитного момента зерна, что соответствует переходу из метастабильного в устойчивое основное состояние.

Дело в том, что метастабильность, либо устойчивость магнитного состояния, во многом определяется дополнительными по отношению к внешнему полю воздействиями, которые находят своё отражение в том или ином виде анизотропии. В реальном ферромагнетике наряду с естественной кристаллографической анизотропией и анизотропией формы могут оказаться соизмеримые с ними по величине: анизотропия напряжений, диффузионная, обменная, поверхностная и другие виды анизотропии.

2.1. Равновесные состояния магнитного момента однодоменной несферической частицы

В качестве первого примера рассмотрим плотность энергий анизотропии одноосного однородно намагниченного зерна, имеющего форму эллипсоида вращения, в пренебрежении всеми видами анизотропии, кроме естественной кристаллографической и анизотропии формы. Плотность энергии анизотропии можно записать так:

$$\mathcal{E}_A = \mathcal{E}_0(I_s^2) + \frac{1}{2}\beta_{ik}I_{si}I_{sk} + \frac{1}{2}N_{ik}I_{si}I_{sk}, \quad (2.1)$$

по дважды повторяющимся индексам подразумевается суммирование, β_{ik} и N_{ik} — тензоры естественной кристаллографической анизотропии и размагничивающих коэффициентов соответственно, которые в своих главных осях имеют вид

$$\beta_{ik} \sim \begin{pmatrix} \beta_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \beta_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \beta_{33} \end{pmatrix}, \quad \beta_{22} = \beta_{33}; \quad N_{ik} \sim \begin{pmatrix} N'_{11} & 0 & 0 \\ 0 & N'_{22} & 0 \\ 0 & 0 & N'_{33} \end{pmatrix}, \quad N'_{22} = N'_{33}; \quad (2.2)$$

В общем случае главные оси тензоров β_{ik} и N_{ik} не совпадают, однако легко показать, что системы координат (x, y, z) и (x', y', z') , связанные с главными осями β_{ik} и N_{ik} (см. рис. 2.1), могут быть совмещены поворотом вокруг общей оси z, z' на некоторый угол α ($0 \leq \alpha \leq \pi/2$). Используя известный закон преобразования компонент тензора при повороте осей, в системе (x, y, z) суммарный тензор можно записать

$$B_{ik} = \beta_{ik} + N'_{ik} = \begin{pmatrix} B_{11} & (N'_{11} - N'_{22})\frac{\sin 2\alpha}{2} & 0 \\ (N'_{11} - N'_{22})\frac{\sin 2\alpha}{2} & B_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \beta_{33} + N'_{33} \end{pmatrix}, \quad (2.3)$$

$$B_{11} = \beta_{11} + N'_{11} \cos^2 \alpha + N'_{22} \sin^2 \alpha,$$

$$B_{22} = \beta_{22} + N'_{11} \sin^2 \alpha + N'_{22} \cos^2 \alpha,$$

что позволяет представить (2.1) в следующем виде:

$$\mathcal{E}_A = \mathcal{E}_0(I_s^2) + \frac{1}{2}B_{ik}I_{si}I_{sk}. \quad (2.4)$$

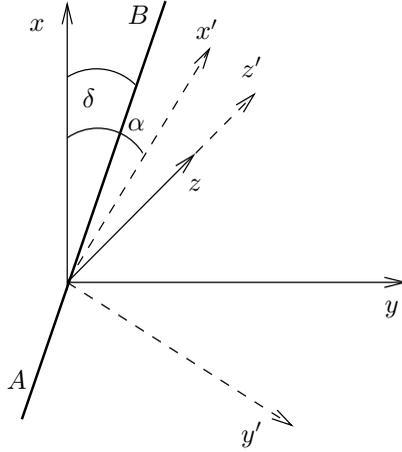


Рис. 2.1. Координатные системы (x, y, z) и (x', y', z') связаны с главными осями тензоров β_{ik} и N_{ik} , эффективная ось AB составляет с осью Ox угол δ .

Просуммировав в соотношении (2.4) по индексам i и k , нетрудно получить следующее выражение для плотности энергии анизотропии:

$$\mathcal{E}_A = \mathcal{E}_0(I_s^2) - \frac{1}{4}I_s^2 \sin^2 \theta \{k_A + k_N + K \cos 2(\varphi - \delta)\}. \quad (2.5)$$

Здесь использованы следующие обозначения: θ — угол между вектором \mathbf{I}_s и осью z , φ — между проекцией вектора \mathbf{I}_s на плоскость xOy и осью x , $k_A = \beta_{22} - \beta_{11}$; ($k_A > 0$ — ферромагнетик-«лёгкая ось», $k_A < 0$ — «лёгкая плоскость»), $k_N = N'_{22} - N'_{11}$; ($k_N > 0$, если эллипсоид вытянут вдоль оси x' и $k_N < 0$, если эллипсоид сплюснут). Выражения для δ и K , зависящие от знаков k_A и k_N , будут определены ниже.

2.1.1. Магнитные состояния зерна с $k_A > 0$, $k_N > 0$

В этом случае

$$\delta = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{k_N \sin 2\alpha}{k_A + k_N \cos 2\alpha}, \quad (2.6)$$

$$K = \sqrt{k_A^2 + k_N^2 + 2k_A k_N \cos 2\alpha}. \quad (2.7)$$

Исследование выражения (2.5) на экстремум показывает, что $\theta = \pi/2$, $\varphi = \delta$ и $\theta = \pi/2$, $\varphi = \pi + \delta$ соответствуют минимуму, а $\theta = \pi/2$, $\varphi = \pi/2$; $\theta = \pi/2$, $\varphi = 3\pi/2 + \delta$ — максимуму энергии анизотропии \mathcal{E}_A .

Таким образом, «конкуренция» кристаллографической анизотропии и анизотропии формы приводит к выделению в плоскости xOy оси равновесного положения вектора \mathbf{I}_s под углом δ к оси Ox .

Для определения магнитного момента равновесных состояний зерна в поле \mathbf{H} необходимо исследовать на минимум плотность энергии

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_A - (\mathbf{H}, \mathbf{I}_s). \quad (2.8)$$

При произвольной ориентации вектора \mathbf{H} невозможно получить решение в аналитической форме. Однако, на примере двух частных случаев (\mathbf{H} параллельно плоскости xOy и \mathbf{H} перпендикулярно этой плоскости) можно оценить пределы изменения критического поля H_0 .

Если \mathbf{H} параллельно плоскости xOy , то анализ на минимум выражения (2.8) приводит к задаче о равновесных состояниях однородно намагниченного сферического зерна с эффективной константой K , «лёгкая ось» которого составляет угол δ с Ox . Критическое поле в этом случае определяется формулой (1.55) с заменой в ней k_A на K .

$$H_0 = KI_s \left\{ \cos^{2/3} \varphi + \sin^{2/3} \varphi \right\}^{-3/2}. \quad (2.9)$$

Полученный результат замечателен тем, что в системе однодоменных частиц, имеющих различные k_N и α , существует спектр критических полей. Кроме того, из всего набора частиц с фиксированным углом α , частицы, для которых выполняется условие $k_N = -k_A \cos 2\alpha$, обладают минимальным критическим полем $H_0 = k_A I_s \sin 2\alpha$.

Во втором случае (\mathbf{H} перпендикулярно плоскости xOy) условию минимума энергии соответствуют $\varphi = \delta, \pi + \delta, \cos \theta = \frac{2H}{(k_A + k_N + K)I_s}$, если $H < I_s(k_A + k_N + K)/2$ и $\varphi = \delta, \pi + \delta, \theta = 0$, если $H \geq I_s(k_A + k_N + K)/2$, так что поле

$$H_0 = \frac{1}{2}(k_A + k_N + K)I_s \quad (2.10)$$

можно назвать критическим полем обратимого поворота магнитного момента зерна, так как при уменьшении H до 0 вектор \mathbf{I}_s установится вдоль «лёгкой оси». Поэтому при расчёте остаточной намагниченности необходимо пользоваться соотношением (2.9). Тем более, что в системе частиц с различными k_N и α критическое поле (2.9) может меняться от $I_s(k_A + k_N)$ до $I_s(k_A + k_N)/2$, в то время как поле, определяемое формулой (2.10) — от $H_0 = I_s(k_A + k_N)/2$ до $H_0 = I_s(k_A + k_N)$. То есть, в области слабых полей реализуются повороты первого типа.

2.1.2. Температурная зависимость критического поля однодоменной частицы

Следует особо отметить немонотонную температурную зависимость критического поля ($H_0 = KI_s$). Так, в области температур, где $\frac{1}{I_s} \frac{\partial I_s}{\partial T} \ll \frac{1}{k_A} \frac{\partial k_A}{\partial T}$, критическое поле зерна с фиксированным значением анизотропии формы и $\alpha > \pi/4$ может иметь минимум

$$H_{0 \min} = k_N I_s \sin 2\alpha \quad (2.11)$$

при температуре, определяемой равенством

$$k_A(T_{\min}) = -k_N \cos 2\alpha. \quad (2.12)$$

При температурах, близких к температуре Кюри, пренебrecь зависимостью $I_s(T)$ нельзя, поэтому условие (2.12) следует заменить на

$$\frac{k_A + k_N \cos 2\alpha}{K} \frac{\partial k_A}{\partial T} I_s + \frac{\partial I_s}{\partial T} K = 0. \quad (2.13)$$

Принимая теоретическую температурную зависимость константы естественной кристаллографической анизотропии [38] $k_A(T) = k_A(T_0) \frac{I_s(T)}{I_s(T_0)}$, легко показать, что для частицы с $(\pi/2 - 1/6) \leq \alpha \leq \pi/2$ критическое поле становится минимальным

$$H_{0 \min} = k_N I_s(T_{\min}) \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{8} \cos 2\alpha \sqrt{9 \cos^2 2\alpha - 8} - \frac{3}{8} \cos^2 2\alpha} \quad (2.14)$$

при

$$k_A(T_{\min}) = k_N \left(-\frac{3}{4} \cos 2\alpha + \sqrt{\frac{9}{16} \cos^2 2\alpha - \frac{1}{2}} \right). \quad (2.15)$$

При дальнейшем увеличении температуры критическое поле возрастает от $H_{0 \min}$ до

$$H_{0 \max} = k_N I_s(T_{\max}) \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{1}{8} \cos 2\alpha \sqrt{9 \cos^2 2\alpha - 8} - \frac{3}{8} \cos^2 2\alpha}, \quad (2.16)$$

T_{\max} определяется из следующего равенства

$$k_A(T_{\max}) = -k_N \left(\frac{3}{4} \cos 2\alpha + \sqrt{\frac{9}{16} \cos^2 2\alpha - \frac{1}{2}} \right), \quad (2.17)$$

в частности, для $\alpha = \pi/2$, $H_{0\min} = 0$, $H_{0\max} = k_A I_s / 2$; T_{\min} и T_{\max} определяются уравнениями $k_A(T_{\min}) = k_N$ и $k_A(T_{\max}) = k_N / 2$.

Положение эффективной оси также зависит от температуры (см. 2.6). Если при температуре обращения в ноль константы анизотропии k_A эффективная ось совпадает с длинной осью эллипсоида, то при дальнейшем изменении температуры (росте k_A) она будет поворачиваться к оси кристаллографической анизотропии, составляя с последней угол

$$\delta = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{k_N \sin 2\alpha}{k_A(T) + k_N \cos 2\alpha}. \quad (2.18)$$

2.1.3. Зависимость магнитного состояния однодоменной частицы от знака констант анизотропии

Если $k_A \geq 0$, $k_N \leq 0$, то формулы (2.5)–(2.7) примут вид

$$\mathcal{E} = -\frac{1}{4} I_s^2 \sin^2 \theta \{k_A - k_N + K \cos 2(\varphi - \delta)\} - (\mathbf{H}, \mathbf{I}_s), \quad (2.19)$$

$$K = \sqrt{k_A^2 + k_N^2 - 2k_A k_N \cos 2\alpha}, \quad (2.20)$$

$$\delta = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{k_N \sin 2\alpha}{k_A - k_N \cos 2\alpha}, \quad (2.21)$$

где k_N представляет собой абсолютное значение константы анизотропии формы.

Анализ выражения (2.19) показывает, что в отсутствие внешнего поля \mathbf{H} равновесные положения магнитного момента определяются также, как и при $k_A > 0$, $k_N > 0$: $\theta = \pi/2$, $\varphi = \delta$; $\theta = \pi/2$, $\varphi = \pi + \delta$. В магнитном поле, направленном вдоль такой эффективной «лёгкой оси», критическое поле H_0 , определяемое как внешнее поле, при достижении которого магнитный момент зерна переходит из метастабильного состояния в устойчивое, может быть найдено по формуле

$$H_0 = \frac{1}{2} I_s (k_A - k_N + K). \quad (2.22)$$

Если частицы вытянуты, а $k_A \leq 0$, то в связи с симметричностью формул (2.5)–(2.7) относительно k_A и k_N критическое поле можно определить следующим образом:

$$H_0 = \frac{1}{2} I_s (k_N - k_A + K), \quad (2.23)$$

где K определяется соотношением (2.20), k_A — абсолютное значение безразмерной константы кристаллографической анизотропии, α — угол между нормалью к «лёгкой плоскости» ($k_A \leq 0$) и длинной осью эллипсоида.

И, наконец, рассмотрим частицы с $k_A \leq 0$, $k_N \leq 0$. Обозначив через k_A и k_N абсолютные значения константы анизотропии, преобразуем выражение для плотности энергии магнитного момента зерна \mathcal{E} к виду:

$$\mathcal{E} = \frac{1}{4} I_s^2 \sin^2 \theta \{k_N + k_A + K \cos 2(\varphi - \delta)\} - (\mathbf{H}, \mathbf{I}_s). \quad (2.24)$$

Здесь K и δ определяются соотношениями (2.6). Из (2.24) следует, что при $H = 0$ минимуму энергии анизотропии соответствуют углы $\theta = 0$ и $\theta = \pi$; эффективная «лёгкая ось» оказывается на пересечении «лёгких плоскостей», выделяемых анизотропией формы и естественной кристаллографической анизотропией. Необратимое изменение ориентации \mathbf{I}_s происходит во внешнем поле $H = H_0$, где

$$H_0 = \frac{1}{2} I_s \left(k_A + k_N - \sqrt{k_A^2 + k_N^2 + 2k_A k_N \cos 2\alpha} \right). \quad (2.25)$$

Таким образом:

1. Спектр магнитных состояний однодоменной частицы зависит от отношения между анизотропией формы k_N и кристаллографической анизотропией k_A .
2. Критическое поле отдельной частицы, константы анизотропии которой положительны, может меняться немонотонным образом в зависимости от температуры.

2.2. Влияние механических напряжений на магнитные состояния однодоменных частиц

Плотность энергии однодоменного зерна, находящегося под действием механических напряжений, может быть записана в следующем виде [9]:

$$\mathcal{E}_A = \mathcal{E} (I_s^2) + \frac{1}{2} \beta_{ik} I_{sk} I_{si} + \frac{1}{2} N_{ik} I_{sk} I_{si} + \lambda_{iklm} \sigma_{il} I_{sk} I_{sm}, \quad (2.26)$$

где λ_{iklm} — тензор магнитострикционных коэффициентов, σ_{il} — тензор напряжений; по дважды встречающимся индексам подразумевается суммирование.

Для одноосного кристалла магнитоупругая часть плотности энергии может быть преобразована к виду [72]

$$\mathcal{E}_\sigma = -\lambda_1 \sigma_{11} I_{s1}^2 + \lambda_2 (\sigma_{22} I_{s2}^2 + \sigma_{33} I_{s3}^2) + (\lambda_2 + \lambda_3) \sigma_{23} I_{s2} I_{s3} - \lambda_3 (\sigma_{22} I_{s3}^2 + \sigma_{33} I_{s2}^2) - \lambda_4 (\sigma_{13} I_{s1} I_{s3} + \sigma_{12} I_{s1} I_{s2}).$$

В двух частных случаях, когда напряжения параллельны плоскости (k_A, k_N) , в которой лежат длинная ось зерна эллипсоидальной формы и ось кристаллографической анизотропии, составляя с последней угол β (случай *a*), и напряжения перпендикулярны плоскости (k_A, k_N) (случай *б*), можно получить следующие выражения для плотности энергии:

а)

$$\mathcal{E}_A = \mathcal{E}(I_s^2) - \frac{1}{4} I_s^2 \sin^2 \theta \{K \cos 2(\varphi - \delta) + k_A + k_N + (\lambda_1 - \lambda_2 - 2\lambda_3)\sigma + (\lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_3)\sigma \cos 2\beta\}, \quad (2.27)$$

где $k_A = \beta_{22} - \beta_{11}$, $k_N = N_{22} - N_{11}$,

$$K = \{[k_A + k_N \cos 2\alpha + (\lambda_1 + \lambda_2)\sigma + (\lambda_1 - \lambda_2)\sigma \cos 2\beta]^2 + [k_N \sin 2\alpha + \lambda_4 \sigma \sin 2\beta]^2\}^{1/2}, \quad (2.28)$$

$$\delta = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{k_N \sin 2\alpha + \lambda_4 \sigma \sin 2\beta}{k_A + k_N \cos 2\alpha + (\lambda_1 + \lambda_2)\sigma + (\lambda_1 - \lambda_2)\sigma \cos 2\beta}, \quad (2.29)$$

α — угол между длинной осью эллипсоида и осью, выделяемой кристаллографической анизотропией, θ и φ — сферические координаты вектора \mathbf{I}_s (за отсчёт принята ось, выделяемая кристаллографической анизотропией ($\theta = \pi/2$, $\varphi = 0$)).

б)

$$\mathcal{E}_A = \mathcal{E}(I_s^2) - \frac{1}{4} I_s^2 \sin^2 \theta \{K \cos 2(\varphi - \delta) + k_A + k_N + 2(\lambda_3 + 2\lambda_2)\sigma\}, \quad (2.30)$$

$$K = \sqrt{(k_A - 2\lambda_3\sigma)^2 + 2(k_A - 2\lambda_3\sigma)k_N \cos 2\alpha + k_N^2}, \quad (2.31)$$

$$\delta = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{k_N \sin 2\alpha}{k_A + k_N \cos 2\alpha - 2\lambda_3\sigma}. \quad (2.32)$$

Исследуя на минимум плотность энергии $\mathcal{E} = \mathcal{E}_A - (\mathbf{H}, \mathbf{I}_s)$, можно установить следующее:

1. Если $|\sigma| < \sigma_1$, то критическое поле, необходимое для необратимого поворота вектора \mathbf{I}_s из состояния «против поля» в состояние «по полю», определяется эффективной константой анизотропии: K (см. формулы (2.28), (2.31)): $H_0 = K I_s$.

2. Если $|\sigma| > \sigma_1$, то критическое поле

$$H_0 = \frac{1}{2} |I_s \{K + k_A + k_N + (\lambda_1 - \lambda_2 - 2\lambda_3)\sigma_1 + (\lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_3)\sigma_1 \cos 2\beta\}|,$$

причём при $\sigma_1 < |\sigma| < \sigma_2$ и $H = 0$ вектор I_s лежит в плоскости (k_A, k_N) с координатами $\theta = \pi/2$, $\varphi = \delta$ (или $\pi + \delta$). Напряжениями $|\sigma| > \sigma_2$ магнитный момент зерна может «выталкиваться» из плоскости (k_A, k_N) , ориентируясь перпендикулярно ей. Параметры σ_1 и σ_2 определяются из уравнений:

$$\begin{aligned} -K(\sigma_1) + k_A + k_N + (\lambda_1 - \lambda_2 - 2\lambda_3)\sigma_1 + (\lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_3)\sigma_1 \cos 2\beta &= 0, \\ K(\sigma_2) + k_A + k_N + (\lambda_1 - \lambda_2 - 2\lambda_3)\sigma_2 + (\lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_3)\sigma_2 \cos 2\beta &= 0, \end{aligned}$$

если напряжения параллельны плоскости (k_A, k_N) , и

$$\begin{aligned} -K(\sigma_1) + k_A + k_N + 2(\lambda_3 + 2\lambda_2)\sigma_1 &= 0, \\ K(\sigma_2) + k_A + k_N + 2(\lambda_3 + 2\lambda_2)\sigma_2 &= 0, \end{aligned}$$

если напряжения перпендикулярны (k_A, k_N) .

3. В зависимости от приложенных напряжений возможно немонотонное изменение критического поля $H_0 = KI_s$. Так, например, в случае (а) критическое поле достигает минимума $H_{0\min} = k_N I_s \sin(2\alpha - \psi_0)$ при

$$\sqrt{[k_A + (\lambda_1 + \lambda_2)\sigma + (\lambda_1 - \lambda_2)\sigma \cos 2\beta]^2 + [\lambda_4\sigma \sin 2\beta]^2} = -k_N \cos(2\alpha - \psi_0),$$

где

$$\psi_0 = \arctg \frac{\lambda_4\sigma \sin 2\beta}{k_A + (\lambda_1 + \lambda_2)\sigma + (\lambda_1 - \lambda_2)\sigma \cos 2\beta};$$

в случае (б) критическое поле становится минимальным $H_{0\min} = k_N I_s \cdot \sin 2\alpha$ при $k_A - 2\lambda_3\sigma = -k_N \cos 2\alpha$.

Таким образом:

1. Механические напряжения могут значительно изменить магнитные состояния отдельной частицы.
2. Критическое поле и ориентация «лёгкой оси» зависят от ориентации и знака одноосных механических напряжений.

2.3. Магнитные состояния кристаллов с кубической симметрией

Для кристаллов с кубической симметрией задача исследования магнитных состояний значительно усложняется в связи с тем, что энергия кристаллографической анизотропии пропорциональна четвёртой степени направляющих косинусов α_i вектора I_s . Поэтому рассмотрим сначала более

простой случай, когда преобладающими видами энергии являются энергия анизотропии формы $\mathcal{E} = N_{ik}I_{si}I_{sk}/2$ и магнитоупругая

$$\mathcal{E}_\sigma = -\frac{3}{2}I_s^2\lambda_{100}\sigma(\alpha_1^2\beta_1^2 + \alpha_2^2\beta_2^2 + \alpha_3^2\beta_3^2) - 3I_s^2\lambda_{111}\sigma(\alpha_1\alpha_2\beta_1\beta_2 + \alpha_1\alpha_3\beta_1\beta_3 + \alpha_2\alpha_3\beta_2\beta_3).$$

Здесь β_i — косинусы углов между осью приложенных напряжений и кристаллографическими осями, \mathcal{E} и \mathcal{E}_σ имеют размерность плотности энергии. Если $\lambda_{100} \approx \lambda_{111} = \lambda$ (изотропная магнитострикция), то

$$\mathcal{E}_\sigma = -\frac{3}{2}I_s^2\lambda\sigma\cos^2\gamma, \quad \cos\gamma = \alpha_1\beta_1 + \alpha_2\beta_2 + \alpha_3\beta_3,$$

что аналогично определению плотности энергии кристаллографической анизотропии одноосного кристалла с $k_A = 3\lambda\sigma$. Поэтому для оценки критического поля можно воспользоваться формулами (2.27) – (2.29), заменив k_A на $k_\sigma = 3\lambda\sigma$ и опустив слагаемые, содержащие λ_i :

$$\mathcal{E}_A = \mathcal{E}(I_s^2) - \frac{1}{4}I_s^2\sin^2\theta\{k_\sigma + k_N + K\cos 2(\varphi - \delta)\}, \quad (2.33)$$

$$K = \sqrt{(k_\sigma + k_N\cos 2\alpha)^2 + k_N^2\sin^2 2\alpha}, \quad (2.34)$$

$$\delta = \frac{1}{2}\arctg\frac{k_N\sin 2\alpha}{k_\sigma + k_N\cos 2\alpha}. \quad (2.35)$$

Здесь α — угол между осью приложенных напряжений и большой осью эллипсоида, θ и φ — сферические координаты вектора \mathbf{I}_s , причём азимутальной является плоскость, проходящая через ось напряжений и большую ось эллипсоида, угол φ отсчитывается от оси напряжений.

Анализ плотности энергии $\mathcal{E} = \mathcal{E}_A - (\mathbf{H}, \mathbf{I}_s)$ показывает, что зависимость критического поля от напряжений определяется знаком $\lambda\sigma$. А именно, при $\lambda\sigma > 0$, в полном соответствии с результатами работы [145]

$$H_0 = I_s\sqrt{k_\sigma^2 + k_N^2 + 2k_Nk_\sigma\cos 2\alpha}. \quad (2.36)$$

Существенной особенностью соотношения (2.36) является наличие минимума критического поля однодоменного зерна $H_{0\min} = k_N I_s \sin 2\alpha$ при $k_\sigma = -k_N \cos 2\alpha$. Если $\lambda\sigma < 0$, то для определения критического поля H_0 необходимо минимизировать $\mathcal{E} = \mathcal{E}_A - (\mathbf{H}, \mathbf{I}_s)$ с заменой в \mathcal{E}_A (см. (2.33)) $\lambda\sigma$ на $-\lambda\sigma$. При этом поле H ориентируется параллельно эффективной «лёгкой оси», положение которой, как следует из анализа производных

$\frac{\partial \mathcal{E}_A}{\partial \theta} = \frac{\partial \mathcal{E}_A}{\partial \varphi} = 0$, задаётся углами $\theta = \pi/2$; $\varphi - \delta = 0$; π . Определённое таким образом выражение критического поля

$$H_0 = \frac{1}{2} I_s \left(k_N - |k_\sigma| + \sqrt{k_N^2 + k_\sigma^2 - 2k_N |k_\sigma| \cos 2\alpha} \right) \quad (2.37)$$

является максимальным, так как в поле, приложенном под углом ψ к эффективной оси, необратимый поворот магнитного момента зерна происходит при

$$H = H_{0\max} [\cos^{2/3} \psi + \sin^{2/3} \psi]^{-3/2},$$

где $H = H_{0\max}$ выражается формулой (2.37). Аналогично для случая $k_N < 0$, $k_\sigma > 0$

$$H_0 = \frac{1}{2} I_s \left(-|k_N| + k_\sigma + \sqrt{k_N^2 + k_\sigma^2 - 2|k_N| k_\sigma \cos 2\alpha} \right) \quad (2.38)$$

и, наконец, если $k_N < 0$ и $k_\sigma < 0$,

$$H_0 = \frac{1}{2} I_s \left(|k_N| + |k_\sigma| - \sqrt{k_N^2 + k_\sigma^2 - 2k_N k_\sigma \cos 2\alpha} \right). \quad (2.39)$$

Таким образом, критическое поле однодоменного зерна, имеющего форму вытянутого эллипсоида вращения, при $\lambda\sigma < 0$ монотонно уменьшается с увеличением напряжений, стремясь к пределу $H_{0\min} = k_N I_s \sin^2 \alpha$; исключение составляет случай $\alpha = 0$, когда $H_0 = (k_N - |k_\sigma|) I_s$ при $k_N > |k_\sigma|$ и $H_0 = 0$ при $k_N \leq |k_\sigma|$. Отметим, что $H_0 = (k_N - |k_\sigma|) I_s$ совпадает с выражением для критического поля, которое Данлоп использовал для качественной оценки пьезостаточной намагниченности [41].

Если зерно имеет форму сплюснутого эллипсоида вращения ($k_N < 0$), а $\lambda\sigma > 0$, то для частиц с $\alpha = 0$ критическое поле $H_0 = 0$ при $k_\sigma < |k_N|$ и неограниченно возрастает с ростом напряжений: $H_0 = (k_N - |k_\sigma|) I_s$ при $k_\sigma > |k_N|$. При $k_N < 0$, $\lambda\sigma < 0$ критическое поле увеличивается с ростом σ от нуля до $H_0 = I_s |k_N| \sin^2 \alpha$ и $H_0 = 0$ при $\alpha = 0$. Полученные выражения для критического поля H_0 в отличие от соотношения

$$H_0 = H'_0 - 3\lambda\sigma \quad (2.40)$$

(H'_0 — критическое поле при $\sigma = 0$), введённого Данлопом [41], несмотря на ряд упрощающих предположений, позволяют дать более точную количественную оценку влияния механических напряжений на процесс создания и разрушения остаточной намагниченности системы однодоменных частиц.

В заключение параграфа отметим, что, анализируя состояние магнитного момента однодоменного зерна, можно найти условие, при котором магнитомногоосный магнетик становится одноосным. Так, например, в простейшем случае, когда зерно сферично и напряжения лежат в плоскости (100) кубического кристалла, составляя угол α с осью $\langle 100 \rangle$, минимизация энергии

$$\mathcal{E}_A = \mathcal{E}(I_s^2) - \frac{3}{4} I_s^2 \sin^2 \theta \{ \lambda_{100} (1 + \cos 2\varphi \cos 2\alpha) + \lambda_{111} \sin 2\varphi \sin 2\alpha \} \sigma + \frac{1}{8} k_A I_s^2 \{ \sin^4 \theta \sin^4 2\varphi + \sin^2 2\theta \} \quad (2.41)$$

по θ и φ приводит к следующему результату: при всех значениях σ и α , удовлетворяющих условию

$$(3\lambda_{100}\sigma \cos 2\alpha)^{2/3} + (3\lambda_{111}\sigma \sin 2\alpha)^{2/3} > k_A^{2/3}, \quad (2.42)$$

зерно является магнитоодноосным. Если напряжения перпендикулярны плоскости (100), то зерно становится одноосным при

$$3\lambda_{100}\sigma > k_A. \quad (2.43)$$

Для несферических частиц, энергия анизотропии формы которых превосходит магнитоупругую энергию эллипсоидального зерна, критерий одноосности записывается так:

$$(k_N \cos 2\alpha)^{2/3} + (k_N \sin 2\alpha)^{2/3} > k_A^{2/3} \quad (2.44)$$

(длинная ось эллипсоида лежит в плоскости (100), образуя с осью $\langle 100 \rangle$ угол α),

$$k_N > k_A \quad (2.45)$$

(длинная ось перпендикулярна плоскости (100)).

По-видимому, в большинстве случаев для природных ферромагнетиков условие одноосности выполняется (см. работу [146], в которой показано, что образец магнетитосодержащей горной породы можно рассматривать как совокупность одноосных частиц).

Резюмируя результаты параграфа, отметим:

1. Критическое поле однодоменной, кристаллографически многоосной частицы с увеличением напряжений может меняться немонотонным образом.

2. Немонотонное поведение критического поля может наблюдаться у магнитоодноосных частиц, имеющих форму вытянутых эллипсоидов вращения ($k_N > 0$) при $\lambda\sigma > 0$.

3. Для частиц с $k_N < 0, \lambda\sigma > 0$; $k_N < 0, \lambda\sigma < 0$, ($k_N > 0, \lambda\sigma < 0$) критическое поле монотонно возрастает (убывает) с ростом σ .

4. Наличие анизотропии напряжений (формы) может привести к тому, что процесс намагничивания магнитного кристалла (при выполнении условий (2.42), (2.43), (2.44), (2.45)) станет эквивалентным намагничиванию одноосного.

Глава 3

Магнитные состояния гетерогенных частиц

3.1. Распределение магнитного момента в гетерогенном зерне

Известно [127], что химические процессы, такие как окисление или распад твёрдого раствора, протекающие в магнитоупорядоченном зерне, могут привести к образованию соседствующих фаз различного состава и, как следствие этого, — к неоднородному распределению магнитного момента. В данном параграфе предпринята попытка вывода уравнений, определяющих распределение намагничённости в неоднородной по составу однодоменной частице.

Уравнение, описывающее поведение магнитного момента, легко получить, варьируя энергию кристаллографически одноосного зерна:

$$E = \int_V \left\{ \frac{1}{2} \alpha_{ik}(\mathbf{r}) \frac{\partial \mathbf{I}}{\partial x_i} \frac{\partial \mathbf{I}}{\partial x_k} - \frac{1}{2} \beta_{ik}(\mathbf{r}) I_i I_k + \frac{(\mathbf{H}^{(m)})^2}{8\pi} - (\mathbf{H}, \mathbf{I}) \right\} dV. \quad (3.1)$$

Здесь α_{ik} — тензор коэффициентов неоднородной части обменной энергии; β_{ik} — тензор кристаллографической магнитной анизотропии; I_i — компоненты вектора \mathbf{I} ; $\mathbf{H}^{(m)}$ — магнитостатическое поле; \mathbf{H} — внешнее поле. По повторяющимся индексам предполагается суммирование.

В отличие от общепринятой процедуры варьирования [37], приводящей к выводу уравнений Брауна, воспользуемся методом неопределённых множителей Лагранжа [147], добавив к выражению (3.1) слагаемое

$\int_V \lambda(\mathbf{r}) I^2 dV$. Тогда распределение намагниченности в зерне и на его границе S будет определяться следующими уравнениями:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left[\alpha_{ik}(\mathbf{r}) \frac{\partial \mathbf{I}}{\partial x_k} \right] + \beta_{ik}(\mathbf{r}) I_i \mathbf{e}_k + \lambda(\mathbf{r}) \mathbf{I} + \mathbf{H}^{(m)} + \mathbf{H} = 0, \quad (3.2)$$

$$\left. \frac{\partial \mathbf{I}}{\partial x_k} n_k \right|_S = 0, \quad (3.3)$$

где \mathbf{e}_k — орты системы координат; n_k — компоненты вектора внешней нормали к поверхности, ограничивающей зерно.

Решить задачи (3.2), (3.3) возможно лишь при наличии сведений о зависимости $\alpha_{ik} = \alpha_{ik}(\mathbf{r})$, $\beta_{ik} = \beta_{ik}(\mathbf{r})$. Идеализируя задачу, будем считать, что в областях определённого химического состава α_{ik} и β_{ik} имеют заданные значения, меняющиеся скачком на межфазной границе. Поведение же вектора \mathbf{I} на межфазной границе Σ может быть определено непосредственно из уравнения микромагнетизма (3.2). Для этого проинтегрируем уравнение (3.2) по объёму ΔV , включающему границу Σ и ограниченному замкнутыми поверхностями Σ_1 и Σ_2 , а затем устремим ΔV к нулю, стягивая Σ_1 и Σ_2 к Σ . Интегрирование первого слагаемого из уравнения (3.2) приводит к следующему результату:

$$\lim_{\Delta V \rightarrow 0} \int_{\Delta V} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\alpha_{ik} \frac{\partial \mathbf{I}}{\partial x_k} \right) dV = \oint_{\Sigma} \left\{ \alpha_{ik}^{(2)} \frac{\partial \mathbf{I}^{(2)}}{\partial x_k} n'_i - \alpha_{ik}^{(1)} \frac{\partial \mathbf{I}^{(1)}}{\partial x_k} n'_i \right\} d\Sigma, \quad (3.4)$$

где индексы 1, 2 нумеруют соседствующие фазы; n'_i — компоненты вектора внешней нормали к поверхности Σ .

Поскольку на межфазной границе поле анизотропии $\mathbf{H}_a = \beta_{ik} I_i \mathbf{e}_k$ и множитель Лагранжа λ меняются скачком, то, используя обобщённую функцию двойного слоя [148], второе и третье слагаемое можно привести к виду:

$$\lim_{\Delta V \rightarrow 0} \int_{\Delta V} (\mathbf{H}_a + \lambda \mathbf{I}) dV = \oint_{\Sigma} \left[\mathbf{H}_a^{(2)} + \lambda^{(2)} \mathbf{I}^{(2)} - \mathbf{H}_a^{(1)} - \lambda^{(1)} \mathbf{I}^{(1)} \right] (\mathbf{r}, \mathbf{n}') d\Sigma. \quad (3.5)$$

Учитывая, что магнитостатическое поле удовлетворяет граничным условиям

$$H_{1\tau}^{(m)} = H_{2\tau}^{(m)}; H_{1n}^{(m)} + 4\pi I_n^{(1)} = H_{2n}^{(m)} + 4\pi I_n^{(2)},$$

и, принимая во внимание скачкообразное поведение \mathbf{I} на межфазной границе, последнее слагаемое в уравнении (3.2), можно записать так:

$$\lim_{\Delta V \rightarrow 0} \int_{\Delta V} (\mathbf{H}^{(m)} + \mathbf{H}) dV = \oint_{\Sigma} 4\pi \left[I_n^{(2)} - I_n^{(1)} \right] (\mathbf{r}, \mathbf{n}') d\Sigma. \quad (3.6)$$

Объединяя уравнения (3.4)–(3.6), получим уравнение, определяющее поведение вектора \mathbf{I} на межфазной границе:

$$\begin{aligned} \alpha_{ik}^{(1)} \frac{\partial \mathbf{I}^{(1)}}{\partial x_k} n'_i + \left[\beta_{ik}^{(1)} I_i^{(1)} \mathbf{e}_k + \lambda^{(1)} \mathbf{I}^{(1)} + 4\pi I_n^{(1)} \mathbf{n}' \right] (\mathbf{r}, \mathbf{n})|_{\Sigma} = \\ = \alpha_{ik}^{(2)} \frac{\partial \mathbf{I}^{(2)}}{\partial x_k} n'_i + \left[\beta_{ik}^{(2)} I_i^{(2)} \mathbf{e}_k + \lambda^{(2)} \mathbf{I}^{(2)} + 4\pi I_n^{(2)} \mathbf{n}' \right] (\mathbf{r}, \mathbf{n})|_{\Sigma}. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Система уравнений (3.2), (3.3), (3.7) описывает распределение магнитного момента в многофазном зерне.

В качестве примера рассмотрим частично окисленное сферическое зерно радиуса R , в котором неокисленная фаза занимает область $0 \leq r < \rho$, окисленная — $\rho < r \leq R$. Считая фазы кристаллографически одноосными, обменное воздействие изотропным, а коэффициенты обмена α_{ik} и анизотропии β_{ik} постоянными в каждой из рассмотренных выше областей, уравнения (3.2), (3.3), (3.7) можно привести к следующему виду:

$$\begin{aligned} \alpha^{(1,2)} \Delta \mathbf{I}^{(1,2)} + K_A^{(1,2)} \left(\mathbf{I}^{(1,2)}, \mathbf{l}_{(1,2)} \right) \mathbf{l}_{(1,2)} + \lambda^{(1,2)} \mathbf{I}^{(1,2)} + \mathbf{H}_{(1,2)}^{(m)} + \mathbf{H} = 0, \\ \alpha^{(1)} \frac{\partial \mathbf{I}^{(1)}}{\partial r} - \left\{ K_A^{(1)} \left(\mathbf{I}^{(1)}, \mathbf{l}_1 \right) \mathbf{l}_1 + \lambda_1 \mathbf{I}^{(1)} - 4\pi I_n^{(1)} \mathbf{n} \right\} r \Big|_{r=\rho} = \alpha^{(2)} \frac{\partial \mathbf{I}^{(2)}}{\partial r} - \\ - \left\{ K_A^{(2)} \left(\mathbf{I}^{(2)}, \mathbf{l}_2 \right) \mathbf{l}_2 + \lambda_2 \mathbf{I}^{(2)} - 4\pi I_n^{(2)} \mathbf{n} \right\} r \Big|_{r=\rho}, \quad \frac{\partial \mathbf{I}^{(2)}}{\partial r} \Big|_{r=R} = 0, \end{aligned} \quad (3.8)$$

где \mathbf{l}_i — единичный вектор, параллельный «лёгкой оси», Δ — оператор Лапласа. К системе (3.8) необходимо добавить уравнения магнитостатики, определяющие поведение поля $\mathbf{H}^{(m)}$ в объёме зерна,

$$\nabla \mathbf{H}^{(m)} = -4\pi \nabla \mathbf{I} \quad (3.9)$$

и на его границах —

$$H_{1r}^{(m)} = H_{2r}^{(m)}; \quad H_{1n}^{(m)} + 4\pi I_n^{(1)} = H_{2n}^{(m)} + 4\pi I_n^{(2)}. \quad (3.10)$$

Проведём анализ системы уравнений (3.8)–(3.10) с целью выяснения возможности однородного распределения намагниченности в каждой из областей. В этом случае уравнения (3.8) приобретают вид:

$$\begin{aligned} K_A^{(1)} \left(\mathbf{I}^{(1)}, \mathbf{l}_1 \right) \mathbf{l}_1 + \lambda_1 \mathbf{I}^{(1)} + \mathbf{H}_1^{(m)} + \mathbf{H} = 0, \\ K_A^{(2)} \left(\mathbf{I}^{(2)}, \mathbf{l}_2 \right) \mathbf{l}_2 + \lambda_2 \mathbf{I}^{(2)} + \mathbf{H}_2^{(m)} + \mathbf{H} = 0, \\ K_A^{(1)} \left(\mathbf{I}^{(1)}, \mathbf{l}_1 \right) \mathbf{l}_1 + \lambda_1 \mathbf{I}^{(1)} - 4\pi I_n^{(1)} \mathbf{n} \Big|_{r=\rho} = \\ = K_A^{(2)} \left(\mathbf{I}^{(2)}, \mathbf{l}_2 \right) \mathbf{l}_2 + \lambda_2 \mathbf{I}^{(2)} - 4\pi I_n^{(2)} \mathbf{n} \Big|_{r=\rho}, \end{aligned} \quad (3.11)$$

а уравнения магнитостатики (3.9) и (3.10) можно представить следующим образом:

$$\Delta\Phi_{(1,2,3)} = 0 \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} \Phi_1(\rho) = \Phi_2(\rho), \quad -\frac{\partial\Phi_1}{\partial r} + 4\pi(I_{s1})_n \Big|_{r=\rho} &= -\frac{\partial\Phi_2}{\partial r} + 4\pi(I_{s2})_n \Big|_{r=\rho}, \\ -\frac{\partial\Phi_2}{\partial r} + 4\pi(I_{s2})_n \Big|_{r=R} &= -\frac{\partial\Phi_3}{\partial r} \Big|_{r=R}, \quad \Phi_2(R) = \Phi_3(R). \end{aligned} \quad (3.13)$$

Здесь $\mathbf{H}^{(m)} = -\nabla\Phi$, а индексы 1, 2, 3 нумеруют области $0 \leq r < \rho$, $\rho < r \leq R$ и $r > R$ соответственно.

Используя общее решение уравнения Лапласа

$$\begin{aligned} \Phi(r, \theta, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ r^n (a_{nm} \cos m\varphi + b_{nm} \sin m\varphi) + \right. \\ \left. + \frac{1}{r^{n+1}} (c_{nm} \cos m\varphi + d_{nm} \sin m\varphi) \right\} P_n^{(m)}, \end{aligned} \quad (3.14)$$

а также учитывая конечность потенциала при $r = 0$ и на бесконечности $\Phi(0) = 0$, $\Phi(r \rightarrow \infty) = 0$, можно показать, что решением системы уравнений (3.12) (3.13) является

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_1^{(m)} &= -\frac{4\pi}{3} \mathbf{I}^{(1)}, \\ \mathbf{H}_2^{(m)} &= -\frac{4\pi}{3} \mathbf{I}^{(2)} + \frac{1}{r^3} \left[\frac{3(\mathbf{m}', \mathbf{r})\mathbf{r}}{r^2} - \mathbf{m}' \right], \\ \mathbf{H}_3^{(m)} &= \frac{1}{r^3} \left[\frac{3(\mathbf{m}, \mathbf{r})\mathbf{r}}{r^2} - \mathbf{m} \right], \end{aligned} \quad (3.15)$$

где $\mathbf{m}' = \frac{4\pi}{3} R^3 (1 - \varepsilon)(\mathbf{I}^{(1)} - \mathbf{I}^{(2)})$, $\mathbf{m} = \frac{4\pi}{3} R^3 (\varepsilon\mathbf{I}^{(1)} + (1 - \varepsilon)\mathbf{I}^{(2)})$, $\varepsilon = \frac{R^3 - \rho^3}{R^3}$ — относительный объём внешней фазы.

В силу неоднородности поля $\mathbf{H}_m^{(2)}$ невозможно добиться тождества в выражениях (3.11). Распределения $\mathbf{I}^{(1)}$ и $\mathbf{I}^{(2)}$ можно считать однородными лишь в приближении малости внутренней фазы ($\varepsilon \rightarrow 1$), либо незначительного отличия $\mathbf{I}^{(1)}$ от $\mathbf{I}^{(2)}$, когда $\mathbf{H}_2^{(m)} \approx -4\pi\mathbf{I}^{(2)}/3$.

Таким образом полученные уравнения (3.2), (3.3), (3.7), являющиеся аналогом уравнений микромагнетизма Брауна, описывают распределение магнитного момента в многофазном зерне. Эти уравнения допускают приближенные однородные решения, что может быть использовано при анализе магнитных состояний частиц размером, близким к однодоменным.

3.2. Магнитные состояния двухфазных частиц

3.2.1. Модель двухфазной частицы

Рассмотрим частицу, состоящую из двух кристаллографически одноосных однородно намагниченных ферромагнетиков и имеющую форму параллелепипеда с основанием a^2 и высотой qa (см. рис. 3.1). Ферромагнитные области (фазы) характеризуются следующими параметрами: \mathbf{I}_{s1} и \mathbf{I}_{s2} — спонтанные намагниченности, k_1, k_2 — безразмерные константы кристаллографической анизотропии, $(1 - \varepsilon), \varepsilon$ — относительные объёмы первой и второй фаз соответственно. Для простоты будем считать, что вектора \mathbf{I}_{s1} и \mathbf{I}_{s2} расположены в плоскости xOz , оси кристаллографической анизотропии обоих ферромагнетиков параллельны оси Oz . Частица помещена во внешнее магнитное поле \mathbf{H} , направленное вдоль оси Oz .

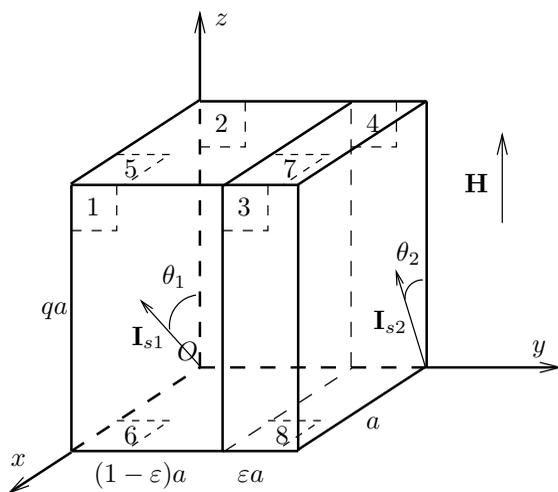


Рис. 3.1. Иллюстрация к модели двухфазной частицы с «параллельной» ориентацией фаз.

Исключим из рассмотрения магнитоупругое межфазное взаимодействие, что может быть более или менее обосновано лишь в случае сильно неупорядоченного распределения магнитных атомов в граничном слое.

В принятом приближении свободную энергию зерна F , находящегося во внешнем поле H при нулевой абсолютной температуре ($T = 0$), можно представить в виде суммы энергии кристаллографической анизотропии

$$E_a = \frac{1}{2} (k_1 I_{s1}^2 (1 - \varepsilon) \sin^2 \theta_1 + k_2 I_{s2}^2 \varepsilon \sin^2 \theta_2) qa^3, \quad (3.16)$$

энергии взаимодействия магнитного момента с собственным магнитным полем

$$E_m = (N_{11}I_{s1}^2 \sin^2 \theta_1 + N_{22}I_{s2}^2 \sin^2 \theta_2 + N_{12}I_{s1}I_{s2} \sin \theta_1 \sin \theta_2 + N_{21}I_{s1}I_{s2} \cos \theta_1 \cos \theta_2) qa^3, \quad (3.17)$$

энергии обменного взаимодействия через границу, которая согласно [57] может быть задана в виде:

$$E_{ex} = -\frac{2A_{in}}{\delta a} \cos(\theta_1 - \theta_2) qa^3, \quad (3.18)$$

и энергии взаимодействия магнитного момента с внешним магнитным полем

$$E_H = -H(I_{s1}(1 - \varepsilon) \cos \theta_1 + I_{s1}\varepsilon \cos \theta_1) qa^3. \quad (3.19)$$

В соотношениях (3.17), (3.18) N_{ik} — размагничивающие коэффициенты, определяемые формой и относительными размерами фаз (см. Приложение А), A_{in} — обменная константа, δ — ширина переходной области, имеющая порядок постоянной решётки.

3.2.2. Равновесные состояния двухфазной частицы

Воспользовавшись стандартной процедурой минимизации свободной энергии $F = E_a + E_m + E_{ex} + E_H$ по θ_1 и θ_2 , получим систему уравнений, определяющих равновесные состояния магнитного момента зерна:

$$\begin{cases} a_1 \cos \theta_1 \sin \theta_1 + N_{12}^* j \cos \theta_1 \sin \theta_2 - N_{21}^* j \cos \theta_2 \sin \theta_1 + \frac{H}{I_{s1}} (1 - \varepsilon) \sin \theta_1 = 0, \\ a_2 j \cos \theta_2 \sin \theta_2 + N_{12}^* \cos \theta_2 \sin \theta_1 - N_{21}^* \cos \theta_1 \sin \theta_2 + \frac{H}{I_{s1}} \varepsilon \sin \theta_2 = 0, \end{cases} \quad (3.20)$$

где $a_1 = 2N_{11} + k_1(1 - \varepsilon)$, $a_2 = 2N_{22} + k_2\varepsilon$, $j = I_{s2}/I_{s1}$, $N_{12}^* = N_{12} - A^*$, $N_{21}^* = N_{21} - A^*$, $A^* = \frac{2A_{in}}{\delta a I_{s1} I_{s2}}$.

Равновесные состояния в отсутствие внешнего поля

Нетрудно убедиться, что при $H = 0$, спектр решений системы (3.20) состоит из трёх групп:

- 1) $\sin \theta_1 = \sin \theta_2 = 0$,
- 2) $\cos \theta_1 = \cos \theta_2 = 0$,

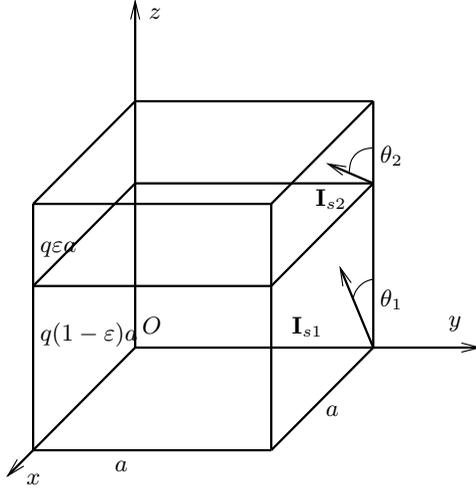


Рис. 3.2. Иллюстрация к модели двухфазной частицы с «последовательной» ориентацией фаз.

$$3) \cos \theta_1 = \pm \sqrt{\frac{(a_1 b - N_{21}^*)^2 - j^2 b^2 (N_{12}^*)^2}{(a_1 b - N_{21}^*)^2 - (N_{12}^*)^2}}, \quad \cos \theta_2 = \pm \frac{\cos \theta_1}{j b},$$

где

$$b = \frac{a_1 a_2 + (N_{21}^*)^2 - (N_{12}^*)^2 \pm \sqrt{(a_1 a_2 + (N_{21}^*)^2 - (N_{12}^*)^2)^2 - 4 a_1 a_2 (N_{21}^*)^2}}{2 a_1 (N_{21}^*)^2}.$$

Первая группа решений соответствует минимуму свободной энергии, вторая — максимуму F . Третья, не удовлетворяя условию экстремума, не реализуется в выбранной модели с «параллельной» взаимной ориентацией фаз.

Таким образом, в отсутствие внешнего магнитного поля двухфазная частица может находиться в одном из перечисленных ниже состояний:

в первом « $(\uparrow\uparrow)$ -состоянии» магнитные моменты обеих фаз параллельны и направлены вдоль оси Oz ;

во втором « $(\uparrow\downarrow)$ -состоянии» фазы намагничены антипараллельно, а магнитный момент первой фазы \mathbf{m}_1 направлен по оси Oz ;

третье « $(\downarrow\downarrow)$ -состояние» отличается от первого антипараллельной относительно оси Oz ориентацией намагниченностей фаз;

в четвёртом « $(\downarrow\uparrow)$ -состоянии» магнитный момент второй фазы направлен вдоль, а первой — против оси Oz .

Если магнитостатическое взаимодействие между фазами преобладает над обменным ($N_{21}^* > 0$), то первое и третье состояния метастабильны, так как свободная энергия зерна $F = N_{21}I_{s1}I_{s2}$ в этих состояниях больше, нежели во втором и четвёртом, где $F = -N_{21}I_{s1}I_{s2}$. В противном случае ($N_{21}^* < 0$) метастабильны второе и четвёртое состояния.

В заключение отметим, что при «последовательной» ориентации фаз (см. рис. 3.2) возможны все три перечисленные выше группы состояний [149].

Равновесные состояния зерна во внешнем магнитном поле

Переходам, например, из третьего состояния во второе либо в четвёртое соответствует поворот магнитного момента одной из фаз, переходу в первое — полного момента зерна. Рассмотрим переход во второе состояние. Положив в первом уравнении системы (3.20) $\theta_2 = \pi$, и, считая, что магнитное поле направлено вдоль оси Oz , приходим к двум типам решений:

$$1) \sin \theta_1 = 0, \quad 2) \cos \theta_1 = -\frac{H(1-\varepsilon) + N_{21}^*I_{s2}}{a_1I_{s1}}, \quad (3.21)$$

которые при $H < (a_1I_{s1} - N_{21}^*I_{s2}) / (1 - \varepsilon)$ определяют основное ($\theta_1 = 0$) и метастабильное ($\theta_1 = \pi$) состояния, а также состояние с максимальным значением свободной энергии F . При $H = k_1I_{s1} + \frac{2N_{11}I_{s1} - N_{21}^*I_{s2}}{1 - \varepsilon}$ метастабильное состояние «исчезает», так как при $\theta_1 = \pi$ и $\theta_2 = \pi$ F максимальна. Поэтому поле

$$H_{c1}^{(\uparrow\uparrow)} = k_1I_{s1} + \frac{2N_{11}I_{s1} - N_{21}^*I_{s2}}{1 - \varepsilon} \quad (3.22)$$

определим как критическое, при котором совершается переход из третьего во второе состояние. Аналогичным образом можно определить критические поля перехода из третьего в четвёртое состояние:

$$H_{c2}^{(\uparrow\uparrow)} = k_2I_{s2} + \frac{2N_{22}I_{s2} - N_{21}^*I_{s1}}{\varepsilon}, \quad (3.23)$$

из четвёртого состояния в первое:

$$H_{c1}^{(\uparrow\downarrow)} = k_1I_{s1} + \frac{2N_{11}I_{s1} + N_{21}^*I_{s2}}{1 - \varepsilon}, \quad (3.24)$$

из второго в первое состояние:

$$H_{c2}^{(\uparrow\downarrow)} = k_2I_{s2} + \frac{2N_{22}I_{s2} + N_{21}^*I_{s1}}{\varepsilon}, \quad (3.25)$$

из третьего состояния в первое:

$$H_{c3}^{(\uparrow\uparrow)} = \frac{a_1 I_{s1}^2 + a_2 I_{s2}^2 + 2(N_{12} - N_{21}) I_{s1} I_{s2}}{(1 - \varepsilon) I_{s1} + \varepsilon I_{s2}}, \quad (3.26)$$

из второго в четвёртое:

$$H_{c4}^{(\uparrow\downarrow)} = \frac{a_1 I_{s1}^2 + a_2 I_{s2}^2 - 2(N_{12} - N_{21}) I_{s1} I_{s2}}{|(1 - \varepsilon) I_{s1} - \varepsilon I_{s2}|}. \quad (3.27)$$

3.2.3. Основные и метастабильные состояния двухфазной частицы

Исследование магнитных состояний проводилось для двухфазных зёрен титаномагнетитов и частиц $\gamma\text{-Fe}_2\text{O}_3$, покрытых кобальтом. Некорректность выбора магнетика (в силу кубической симметрии элементарной кристаллографической ячейки титаномагнетит и маггемит магнитно многоосны) может быть оправдана тем фактом, что в магнитомягких материалах с увеличением вытянутости зерна исчезает эквивалентность кристаллографических осей и при $q > 1.2$ «лёгкой осью» является ось, выделяемая анизотропией формы [150–152] (см. также рис. 4.5). При расчёте энергии частиц титаномагнетитов $\text{Fe}_{3-x}\text{Ti}_x\text{O}_4$ использовалась линейная интерполяция экспериментальных кривых зависимости спонтанной намагниченности $I_s = I_s(x)$ и кристаллографической анизотропии $k = k(x)$ от концентрации титана x [88]:

$$\begin{aligned} I_s(x) &= (-598.5x + 485) \text{ Гс} \\ k &= \begin{cases} 0.425(1.36 + 11.4x), & x < 0.1 \\ 0.425(2.89 - 3.9x), & x > 0.1 \end{cases} \end{aligned} \quad (3.28)$$

Полагалось, что первая фаза обеднена, а вторая (правая на рис. 3.1) обогащена титаном ($x_1 < x_2$). Обменное взаимодействие между фазами титаномагнетита не учитывалось ($A_{in} = 0$).

При исследовании частиц $\text{Co-}\gamma\text{-Fe}_2\text{O}_3$ спонтанная намагниченность I_{s2} кобальтового феррита принималась равной намагниченности $\gamma\text{-Fe}_2\text{O}_3$ — $I_{s1} = 350$ Гс. Константа кристаллографической анизотропии K_2 кобальтового феррита в соответствии с данными разных авторов [52, 57, 153] задавалась в пределах $(0.5 \div 3) \cdot 10^6$ эрг/см³, что гораздо больше константы кристаллографической анизотропии $\gamma\text{-Fe}_2\text{O}_3$, для которого $K_1 = 4.6 \cdot 10^4$ эрг/см³. Согласно теоретическим оценкам [57] величина обменной константы $A_{in} = 5.87 \cdot 10^{-8}$ эрг/см. Левая на рис. 3.1 фаза считалась маггемитом, правая — кобальтовым покрытием.

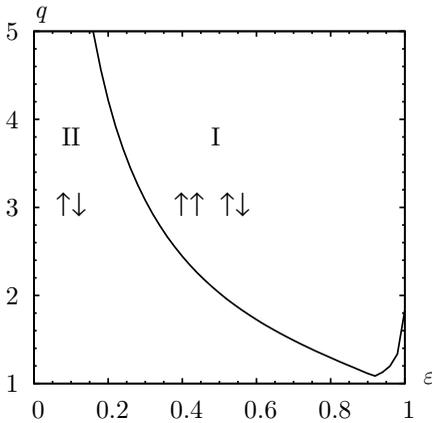


Рис. 3.3. Диаграмма $\{\varepsilon, q\}$ для системы магнетит-титаномагнетит с концентрацией титана 56 %. Частицы, изображающие точки которых попали в область I, могут находиться в одном из четырёх состояний, область II соответствует устойчивому состоянию частиц, магнитные моменты фаз которых ориентированы только антипараллельно.

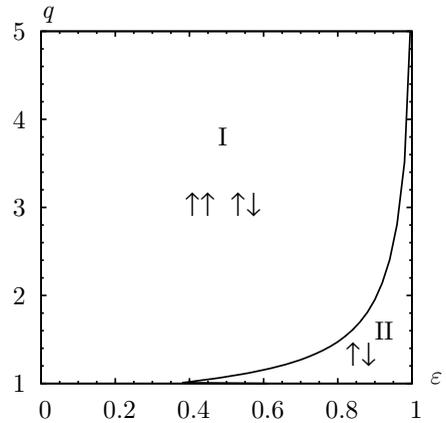


Рис. 3.4. Диаграмма магнитных состояний $\{\varepsilon, q\}$ системы частиц γ - Fe_2O_3 , покрытых кобальтом. $I_{s1} = I_{s2} = 350$ Гс, $k_1 = 0.75$, $k_2 = 49.0$, $A^* = 0$. Обозначения областей те же, что и на рис. 3.3

Из выражений (3.22)–(3.25) видно, что критические поля могут принимать как положительные, так и отрицательные значения. Отрицательность критического поля следует понимать как невозможность реализации метастабильного состояния. Вышесказанному можно дать простую геометрическую интерпретацию. Пусть ансамбль состоит из частиц, отличающихся размером фаз ε и вытянутостью q , тогда на фазовой диаграмме $\{\varepsilon, q\}$ (см. рис. 3.3) каждой частице можно сопоставить точку. Например, при $A^* = 0$ кривая, соответствующая условиям $H_{c1}^{(\uparrow\uparrow)}(\varepsilon, q) = 0$ и $H_{c2}^{(\uparrow\uparrow)}(\varepsilon, q) = 0$, разделяет фазовую плоскость на две части (см. рис. 3.3, 3.4). Частицы, изображающие точки которых попали в область под кривой, могут находиться только в одном из состояний с антипараллельной ориентацией магнитных моментов фаз, — метастабильности нет. Точкам, расположенным выше кривой, соответствуют частицы, которые могут находиться в основных или метастабильных состояниях.

Вполне понятно, что метастабильность зависит от соотношения меж-

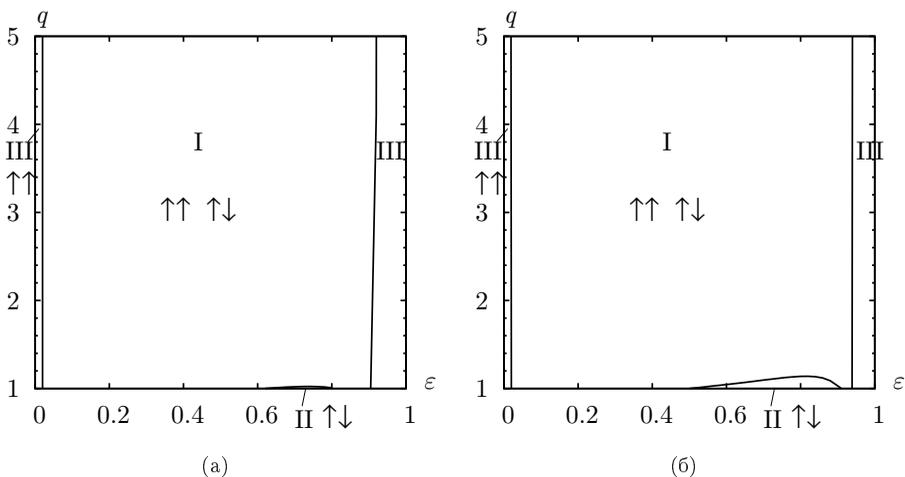


Рис. 3.5. Диаграммы магнитных состояний $\{\varepsilon, q\}$ системы частиц γ - Fe_2O_3 , покрытых кобальтом. $I_{s1} = I_{s2} = 350$ Гс, $k_1 = 0.75$, $k_2 = 49.0$, $A_{in} = 2.05 \cdot 10^{-9}$ эрг/см, $a = 20$ нм (а), $a = 30$ нм (б), $a = 40$ нм (в). Частицы, изображающие точки которых попали в область I, могут находиться в одном из четырёх состояний; области II и III соответствуют частицам, магнитные моменты фаз которых ориентированы только антипараллельно и параллельно, соответственно.

ду обменным взаимодействием, межфазным магнитостатическим и взаимодействием спиновых магнитных моментов с кристаллическим полем. С увеличением вытянутости зерна q интенсивность межфазного магнитостатического взаимодействия падает, что усиливает роль кристаллографической анизотропии, в одинаковой степени определяющей как параллельное, так и антипараллельное взаимное расположение намагниченностей фаз.

Обменное взаимодействие через границу существенно влияет на метастабильность магнитных состояний двухфазной частицы, что отображено на рис. 3.5. Частицы, изображающие точки которых попали в область

I, могут находиться в одном из четырёх состояний; области II и III соответствуют частицам, магнитные моменты фаз которых ориентированы только антипараллельно и параллельно, соответственно.

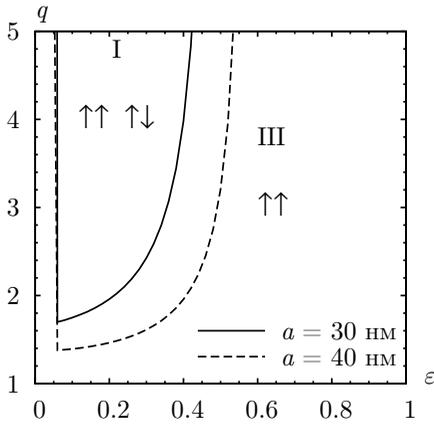


Рис. 3.6. Диаграммы магнитных состояний $\{\varepsilon, q\}$ системы частиц γ - Fe_2O_3 , покрытых кобальтом. $I_{s1} = I_{s2} = 350$ Гс, $k_1 = 0.75$, $k_2 = 49.0$, $A_{in} = 4.09 \cdot 10^{-9}$ эрг/см. Обозначения областей те же, что и на рис. 3.5.

Уменьшение размера частиц в данном случае эквивалентно увеличению обменного взаимодействия через границу, чем и вызвана меньшая область существования метастабильного состояния для $a = 30$ нм.

Таким образом, можно утверждать, что в рамках предлагаемой модели:

1. Двухфазные частицы могут находиться в одном из четырёх магнитных состояний: с параллельной и антипараллельной ориентацией магнитных моментов фаз.
2. Стабильность (метастабильность) магнитного состояния зависит от геометрических характеристик зёрен, степени их химической неоднородности, соотношений констант анизотропии и спонтанных намагниченностей фаз.

В случае малых или больших значений ε обменное взаимодействие преобладает над магнито-статическим и магнитные моменты фаз выстраиваются параллельно. Поскольку вклад обменного взаимодействия в свободную энергию зерна не зависит от вытянутости, линии, ограничивающие области I и III на рис. 3.5, практически перпендикулярны оси ε . При вытянутостях, близких к единице, велика роль межфазного магнито-статического взаимодействия по сравнению с размагничивающими полями, что приводит к отсутствию параллельных состояний.

С увеличением константы обменного взаимодействия через границу устойчивыми остаются состояния с параллельной ориентацией магнитных моментов фаз (см. рис. 3.6) и диаграмма $\{\varepsilon, q\}$ приобретает по сравнению с рис. 3.4, «обращённый» вид.

3.3. Влияние температуры на магнитные состояния гетерогенных частиц

Представленный выше подход можно использовать лишь при исследовании магнитных состояний при $T = 0$. Если $T \neq 0$, то с уменьшением размера частиц возрастает роль тепловых флуктуаций. Ансамбль ферромагнитных частиц становится суперпарамагнитным, т. е. ведёт себя подобно парамагнитному газу. Отличие состоит в том, что в зависимости от высоты потенциального барьера, разделяющего равновесные состояния, магнитный момент частицы может «жить» в одном из состояний то или иное время τ .

3.3.1. Распределение двухфазных частиц по состояниям

Рассмотрим ансамбль одинаковых не взаимодействующих малых двухфазных частиц, находящийся во внешнем поле H при некоторой температуре T . В силу малости объёма частиц можно ожидать, что за счёт тепловых флуктуаций магнитных моментов фаз могут быть реализованы переходы из одного состояния в другое в поле H , меньшем любого критического из рассмотренного выше спектра критических полей (см. (3.22)–(3.27)).

Частота переходов из одного равновесного состояния в другое

Переориентация магнитного момента одной из фаз определяется высотой потенциального барьера E_{ik} , разделяющего i -ое и k -ое состояния. Следуя [39], будем считать, что частота перехода из i -го в k -ое состояние выражается через E_{ik} следующим образом:

$$W_{ik} = f_0 \exp\left(-\frac{E_{ik}}{k_B T}\right), \quad (3.29)$$

где $f_0 \sim 10^7 \div 10^{10} \text{ с}^{-1}$ — характерная частота «попыток» преодоления потенциального барьера, которая далее везде полагается равной 10^{10} с^{-1} , k_B — постоянная Больцмана, $E_{ik} = F_{ik \max} - F_{i \min}$, где $F_{i \min}$ — свободная энергия равновесного i -го состояния, в котором находилась частица перед переходом, $F_{ik \max}$ — максимальное значение свободной энергии, разделя-

ющее i -ое и k -ое состояния. Например, при $H_{c2}^{(\uparrow\uparrow)} > 0$

$$E_{12} = F\left(\theta_1 = 0, \theta_2 = \arccos\left[-\frac{H\varepsilon + N_{21}I_{s1}}{a_2I_{s1}}\right]\right) - F(\theta_1 = 0, \theta_2 = 0) = \\ = \frac{\varepsilon^2 \left(H_{c2}^{(\uparrow\uparrow)} + H\right)^2}{2(k_2\varepsilon + 2N_{22})} qa^3. \quad (3.30)$$

Если $H_{c2}^{(\uparrow\uparrow)} \leq 0$, то, как отмечалось выше, « $(\uparrow\uparrow)$ -состояние» не реализуется, и задача нахождения W_{12} может быть сведена к задаче о случайных блужданиях единичного вектора по сфере, решением которой в первом приближении является $W_{12} = f_0 \exp(-2H\varepsilon I_{s2} qa^3 / (k_B T))$. Аналогичным образом можно рассчитать E_{ik} для одиннадцати оставшихся переходов (см. Приложение Б), а, следовательно, и частоты W_{ik} .

Уравнение «движения» для вектора состояний и его решение

Введём нормированный на единицу вектор заселённости $\mathbf{n}(t) = \{N_1(t), N_2(t), N_3(t), N_4(t)\}$. Если начальное состояние ансамбля двухфазных частиц $\mathbf{n}_0 = \{n_1, n_2, n_3, n_4\}$ неравновесно, то переход к равновесию можно рассматривать как марковский процесс с дискретными состояниями, который описывается системой из четырёх уравнений:

$$\frac{dN_i(t)}{dt} = \sum_{k \neq i}^4 (-W_{ik}N_i + W_{ki}N_k), \quad (3.31)$$

с начальными условиями $n_i(t=0) = n_i$, ($i, k = 1, \dots, 4$). Используя условие нормировки:

$$N_1 + N_2 + N_3 + N_4 = 1, \quad (3.32)$$

и, исключив из (3.31) N_4 , перепишем систему (3.31) в матричной форме:

$$\frac{d\mathbf{N}}{dt} = \widetilde{\mathbf{W}}\mathbf{N} + \mathbf{V}, \quad (3.33)$$

$\widetilde{\mathbf{W}}$ — матрица, коэффициенты которой выражаются через W_{ik} следующим образом:

$$\widetilde{W}_{ik} = \begin{cases} -\sum_{j \neq i}^4 W_{ij} - W_{4i}, & i = k, \\ W_{ki} - W_{4i}, & i \neq k, \end{cases} \quad \mathbf{N} = \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{pmatrix}, \quad (3.34)$$

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} W_{41} \\ W_{42} \\ W_{43} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{N}_0 = \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix}.$$

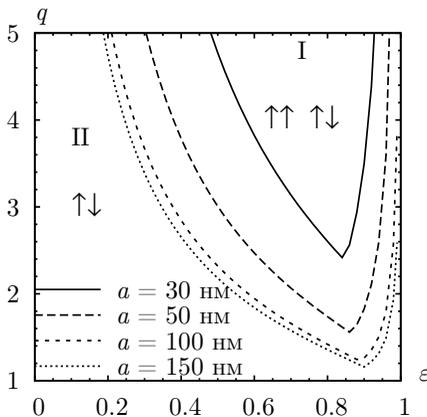


Рис. 3.7. Нестационарные диаграммы магнитных состояний для системы частиц $\text{Fe}_3\text{O}_4\text{-Fe}_{2.34}\text{Ti}_{0.56}\text{O}_4$. Обозначения областей те же, что и на рис. 3.5, $t = 10^3$ с.

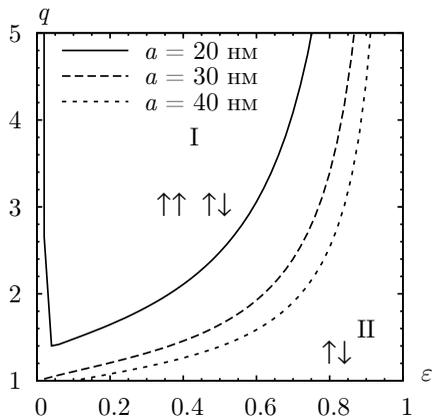


Рис. 3.8. Нестационарные диаграммы магнитных состояний для ансамбля частиц $\text{Co-}\gamma\text{-Fe}_2\text{O}_3$, $A_{in} = 0$, $k_2 = 49.0$, $t = 10^3$ с.

Решение уравнения (3.33) удобно записать с помощью матричной экспоненты (см. Приложение В):

$$\mathbf{N}(t) = \mathbf{N}_0 \exp(\widetilde{\mathbf{W}}t) + \int_0^t \exp(\widetilde{\mathbf{W}}(t-\tau)) d\tau \cdot \mathbf{V}. \quad (3.35)$$

Соотношения (3.34)–(3.35) при известном векторе начального состояния \mathbf{n}_0 полностью определяют заселённость магнитных состояний ансамбля двухфазных частиц.

3.3.2. Диаграммы магнитных состояний суперпарамагнитных двухфазных частиц

Соотношение (3.35) позволяет построить диаграммы $\{q, \varepsilon\}$ магнитных состояний ансамбля двухфазных суперпарамагнитных частиц. Кривые, разграничивающие на диаграмме $\{q, \varepsilon\}$ области устойчивого или метастабильного магнитных состояний, являются решением уравнений $N_1(q, \varepsilon, t) = 0$ либо $N_2(q, \varepsilon, t) = 0$. Расчёты проводились следующим образом: при заданном ε решались уравнения $N_1(q, t) = N_{\min}$ и $N_2(q, t) = N_{\min}$, где N_{\min} — некоторая минимальная заселённость, ниже которой состояние можно считать «исчезнувшим», принимаемая равной 0.005. Начальное со-

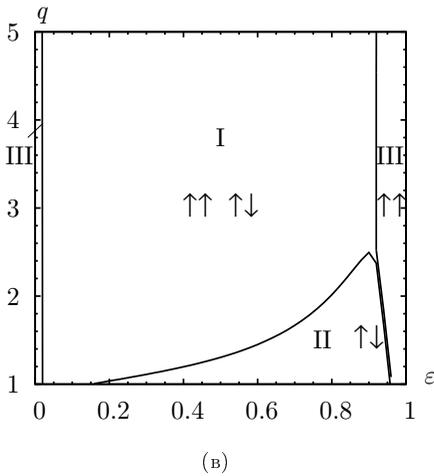
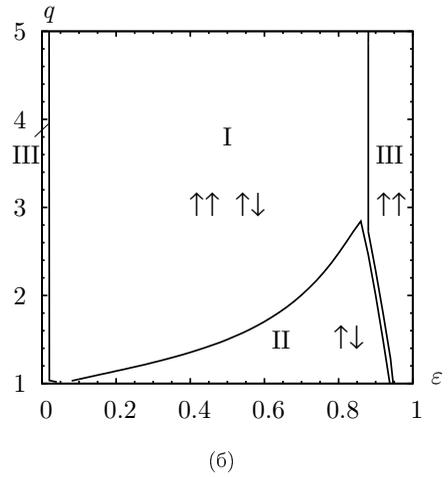
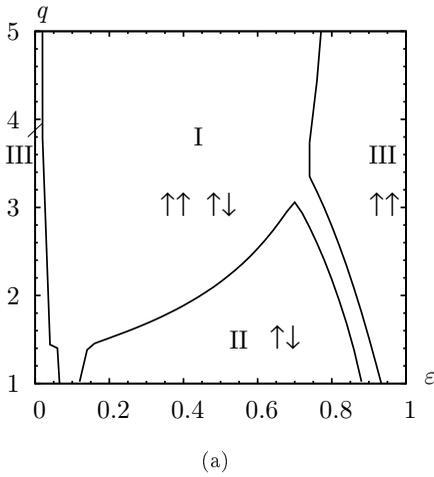


Рис. 3.9. Нестационарные диаграммы магнитных состояний для ансамбля частиц $\text{Co-}\gamma\text{-Fe}_2\text{O}_3$, $A_{in} = 2.0 \cdot 10^{-9}$ эрг/см, $k_2 = 49.0$, $t = 10^3$ с, $a = 20$ нм (а), $a = 30$ нм (б), $a = 40$ нм (в).

стояние ансамбля предполагалось равновероятным — $n_1 = \dots = n_4 = 0.25$, промежуток времени «регистрации» состояния $t = 10^3$ с.

На рис. 3.7 представлены диаграммы $\{q, \varepsilon\}$ для двухфазных частиц $\text{Fe}_3\text{O}_4\text{-Fe}_{2.34}\text{Ti}_{0.56}\text{O}_4$ разных размеров. Как и следовало ожидать, тепловые флуктуации приводят к уменьшению области существования метастабильного состояния с антипараллельной ориентации магнитных моментов фаз ($(\uparrow\downarrow)$ -состояния). Данный эффект более выражен для зёрен малых размеров. Частицы больших размеров «стабильны» по отношению к тепловым флуктуациям, поэтому диаграммы $\{q, \varepsilon\}$ для них практически не отличаются от статических (рис. 3.3).

Аналогичная картина наблюдается и для частиц $\gamma\text{-Fe}_2\text{O}_3$, покрытых кобальтом, в которых можно пренебречь межфазным обменным взаимодействием: уменьшение размера частиц приводит к смещению области I в сторону меньших q (см. рис. 3.8).

По иному распределяются по состояниям зерна с небольшой константой межфазного обменного взаимодействия ($A_{in} = 2.0 \cdot 10^{-9}$ эрг/см, рис. 3.9). Области II и III приближаются друг к другу, оставляя небольшой «рукав» области I. Этот «рукав» шире для частиц меньшего размера, что объясняется увеличением вероятности перехода из основного в метастабильное состояние. Рост размеров вызывает расширение области I и сужение «рукава».

В случае бóльшего межфазного обменного взаимодействия (рис. 3.10) диаграммы имеют сходный с представленными на рис. 3.8 вид, основным является однородное состояние.

Таким образом:

1. Критическое поле, а следовательно и потенциальные барьеры зёрен, определяющие вероятность перехода из одного состояния в другое, зависят от характеристик двухфазного зерна.

2. Решение уравнения «движения» для вектора \mathbf{N} позволяет провести анализ метастабильности магнитных состояний.

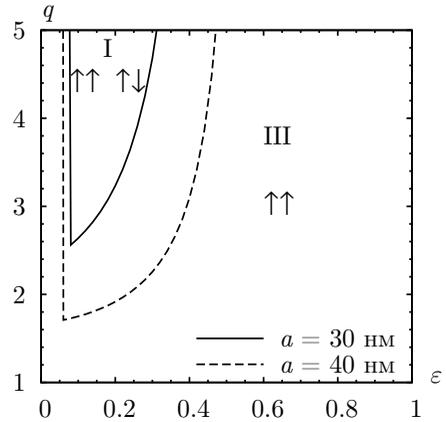


Рис. 3.10. Нестационарные диаграммы магнитных состояний для ансамбля частиц $\text{Co-}\gamma\text{-Fe}_2\text{O}_3$, $A_{in} = 4.1 \cdot 10^{-8}$ эрг/см, $k_2 = 49.0$, $t = 10^3$ с.

Глава 4

Устойчивость магнитных состояний одно- и квазиоднодоменных частиц

4.1. Модель двухдоменной частицы

Рассмотрим зерно, кристаллическая структура которого обладает кубической симметрией. Пусть оно имеет форму прямоугольного параллелепипеда с площадью основания a^2 и высотой qa (рёбра куба совпадают с кристаллографическими осями). Ограничимся случаем, когда магнитный момент распределён в плоскости xOz (рис. 4.1) по закону:

$$\theta(y) = \begin{cases} \theta_1, & 0 \leq y \leq p_1, \\ \theta_1 + \frac{(\theta_2 - \theta_1)}{p_2}(y - p_1), & p_1 \leq y \leq p_1 + p_2, \\ \theta_2, & p_1 + p_2 \leq y \leq 1, \end{cases} \quad (4.1)$$

где θ_1, θ_2 — углы между магнитным моментом и осью Oz в первом и во втором доменах, p_1, p_2 — ширина домена и доменной границы, соответственно; переменные x, y, z нормированы на a .

Пусть материальные параметры зерна — намагниченность насыщения $I_s = C_1(y)$, обменная константа $A = C_2(y)$ и константа магнитокристал-

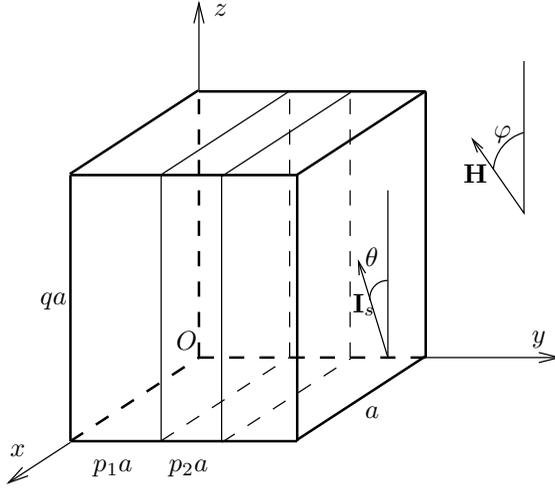


Рис. 4.1. Иллюстрация модели двухдоменного зерна.

лической анизотропии $K = C_3(y)$ — меняются по закону

$$C_i(y) = \begin{cases} C_i^{(1)}, & 0 \leq y \leq \tau_1, \\ C_i^{(1)} + \frac{(C_i^{(2)} - C_i^{(1)})}{\tau_2}(y - \tau_1), & \tau_1 \leq y \leq \tau_1 + \tau_2, \\ C_i^{(2)}, & \tau_1 + \tau_2 \leq y \leq 1, \end{cases} \quad (4.2)$$

где $i = 1, 2, 3$; $C_i^{(1)}$, $C_i^{(2)}$ — значения I_s , A , K в областях $0 \leq \tau \leq \tau_1$ и $1 - \tau_1 - \tau_2 \leq \tau \leq 1$, соответственно.

Исследование равновесных состояний магнитного момента зерна проведём, минимизируя полную энергию E магнитного момента зерна по четырём параметрам θ_1 , θ_2 , p_1 , p_2 . (В этой главе будем использовать выражения для приведённой энергии $\mathcal{E} = E/(qa^3 I_{s1}^2)$, I_{s1} — намагниченность насыщения первой фазы.)

В полную энергию магнитного момента зерна включены:
обменная энергия

$$\mathcal{E}_{ex} = \frac{1}{qa^3 I_{s1}^2} \int_0^1 A(y) (\nabla \theta(y))^2 dy, \quad (4.3)$$

энергия кристаллографической анизотропии

$$\mathcal{E}_{an} = \frac{1}{8I_{s1}^2} \int_0^1 K(y) (1 - \cos 4\theta(y)) dy, \quad (4.4)$$

магнитостатическая энергия

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_m &= \frac{1}{2qa^3 I_{s1}^2} \int_S \int_S \frac{(\mathbf{I}_s(\mathbf{r}), d\mathbf{S})(\mathbf{I}_s(\mathbf{r}'), d\mathbf{S}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} = \\ &= \frac{1}{qI_s^2} \int_0^1 dy \int_0^1 dy' \{f_1(y - y') \cos \theta(y) \cos \theta(y') + \\ &\quad + f_2(y - y') \sin \theta(y) \sin \theta(y')\} I_s(y) I_s(y') \end{aligned} \quad (4.5)$$

и энергия магнитного момента во внешнем поле \mathbf{H}

$$\mathcal{E}_H = -\frac{1}{qa^3 I_{s1}^2} \int_V (\mathbf{H}, \mathbf{I}_s) dV = -\frac{H m(\theta_1, \theta_2, p_1, p_2, \varphi)}{I_{s1}}. \quad (4.6)$$

Здесь приняты следующие обозначения: \mathbf{I}_s — вектор спонтанной намагниченности, $d\mathbf{S}$ — вектор элемента поверхности, φ — угол между вектором \mathbf{H} и осью Oz , V — объём зерна,

$$\begin{aligned} f_1(r) &= q \ln \left\{ \frac{(\sqrt{q^2 + r^2} + q)\sqrt{1 + r^2}}{(\sqrt{1 + q^2 + r^2} + q)|r|} \right\} - \\ &\quad - \sqrt{q^2 + r^2} + \sqrt{1 + q^2 + r^2} - \sqrt{1 + r^2} + |r|, \end{aligned} \quad (4.7)$$

$$\begin{aligned} f_2(r) &= \ln \left\{ \frac{(\sqrt{1 + r^2} + 1)\sqrt{q^2 + r^2}}{(\sqrt{1 + q^2 + r^2} + 1)|r|} \right\} - \\ &\quad - \sqrt{q^2 + r^2} + \sqrt{1 + q^2 + r^2} - \sqrt{1 + r^2} + |r|, \end{aligned}$$

$$m(\theta_1, \theta_2, p_1, p_2, \varphi) = \frac{1}{I_s} \int_0^1 I_s(y) \cos(\theta(y) - \varphi) dy. \quad (4.8)$$

$m(\theta_1, \theta_2, p_1, p_2, \varphi)$ — проекция магнитного момента зерна на направление выделяемое вектором \mathbf{H} , отнесённая к $qa^3 I_{s1}$.

При расчётах использовалась процедура пошаговой минимизации. Сначала находился минимум вблизи заданной точки. На следующем шаге найденная точка была начальной. Процедура минимизации прерывалась, когда энергия в начальной точке была меньше, чем в соседних. Точность расчётов ограничивалась величиной шага ($\Delta p = 6 \cdot 10^{-3}$, $\Delta \theta = 6 \cdot 10^{-3}$ рад) и машинной точностью (при сравнении энергии в двух соседних точках). При моделировании использовались два типа начальных условий. Для исследования устойчивости однодоменного распределения намагниченности начальное состояние выбиралось однородным, с магнитным моментом, ориентированным вдоль «лёгкой оси» (см. ниже). При изучении неоднородных конфигураций намагниченности за начальное состояние бралось

двухдоменное с углом разворота 180° , относительными размерами доменов 0.1 и области разворота $p_2 = 0.8$.

Предлагаемая модель является развитием модели химически однородной частицы [34], в которой антипараллельная ориентация магнитных моментов доменов фиксирована.

4.2. Устойчивость магнитных состояний однородно намагниченной гомогенной частицы

Условие гомогенности частицы позволяет значительно упростить выражения (4.3)–(4.5), (4.8):

$$\mathcal{E}_{ex} = A \frac{(\theta_2 - \theta_1)^2}{p_2 a^2 I_s^2}, \quad (4.9)$$

$$\mathcal{E}_{an} = \frac{K}{8I_s^2} \left\{ 1 - p_1 \cos 4\theta_1 - (1 - p_1 - p_2) \cos 4\theta_2 - \frac{p_2 (\sin 4\theta_2 - \sin 4\theta_1)}{4(\theta_2 - \theta_1)} \right\}, \quad (4.10)$$

$$\mathcal{E}_m = \frac{1}{q} \int_0^1 dy \int_0^1 dy' \{ f_1(y - y') \cos \theta(y) \cos \theta(y') + f_2(y - y') \sin \theta(y) \sin \theta(y') \}, \quad (4.11)$$

$$m = \left\{ p_1 \cos(\theta_1 - \varphi) + (1 - p_1 - p_2) \cos(\theta_2 - \varphi) + \frac{p_2 [\sin(\theta_2 - \varphi) - \sin(\theta_1 - \varphi)]}{\theta_2 - \theta_1} \right\}. \quad (4.12)$$

4.2.1. Основные и метастабильные состояния зёрен магнетита

Моделирование распределения магнитного момента в зёрнах магнетита ($I_s = 485$ Гс, $A = 1.32 \cdot 10^{-6}$ эрг/см, $K = -1.36 \cdot 10^5$ эрг/см³) различных размеров и вытянутости (см. рис. 4.2–4.4), проведённое при $\mathbf{H} = 0$, позволяет выделить три типа магнитных состояний:

- состояния с однородной намагниченностью;
- состояния с малой (квазиоднодоменные) и
- с большой неоднородностью магнитного момента (двухдоменные).

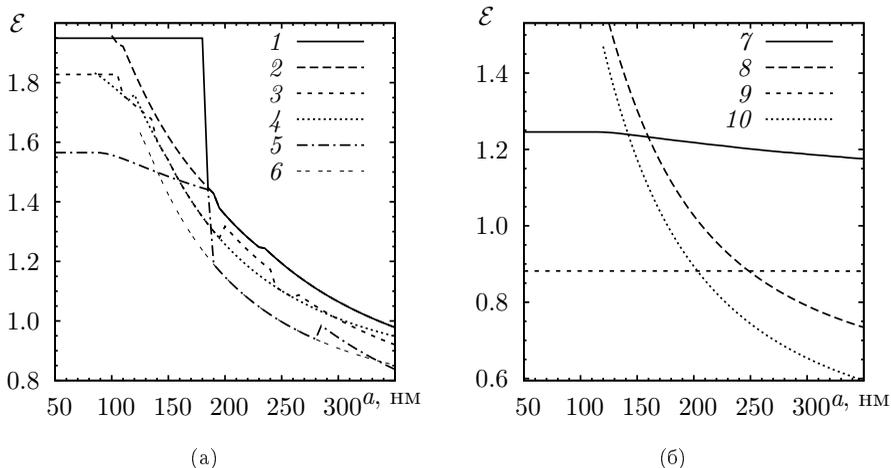


Рис. 4.2. Зависимость приведённой энергии зерна \mathcal{E} от его размера a и вытянутости q при различных исходных состояниях: с однородным распределением магнитного момента (кривые с нечётными номерами на рисунках (а) и (б)) и с неоднородным распределением магнитного момента (кривые с чётными номерами). $q = 1$ — кривые 1 и 2, $q = 1.2$ (3 и 4), $q = 1.5$ (5 и 6), $q = 2$ (7 и 8), $q = 3$ (9 и 10).

Состояния с однородной намагниченностью. Из рисунков 4.2 и 4.3, иллюстрирующих зависимость энергии и магнитного момента каждого из состояний от размера и вытянутости зерна, следует, что состояние с однородным вектором \mathbf{I}_s является основным лишь в интервале размеров, ограниченном размером однодоменности a_0 , который ведёт себя немонотонным образом с ростом вытянутости зерна: уменьшается от 100 нм для изометрических частиц до 80 нм для частиц с вытянутостью $q = 1.3$ и при $q = 3.0$ достигает 200 нм (см. рис. 4.4).

При $a > a_0$ энергетически более выгодно двухдоменное либо квазиоднодоменное состояние (см. рис. 4.2), однородное же, если оно реализуется, метастабильно вплоть до максимального размера a_{0m} . Зависимость a_{0m} от вытянутости зерна представлена на рис. 4.4: при увеличении вытянутости от $q = 1$ до $q = 1.3$ a_{0m} уменьшается в два раза, а затем возрастает и при $q > 3.1$ однородность распределения магнитного момента может быть реализована в частицах всех размеров (см. рис. 4.3, 4.4).

Состояния с неоднородной намагниченностью. Состояния со слабо неоднородным распределением \mathbf{I}_s ($|\theta_1 - \theta_2| \sim 30^\circ \div 100^\circ$, $m_H > 0.75$) (см. рис. 4.2, 4.3) равновесны лишь в области $a_0 < a < a_1$ (см. рис. 4.4),

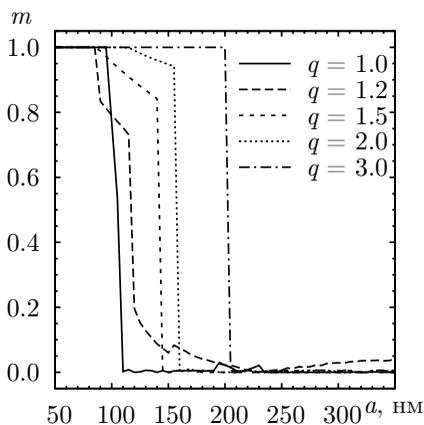


Рис. 4.3. Зависимость магнитного момента зерна от размера a и вытянутости q .

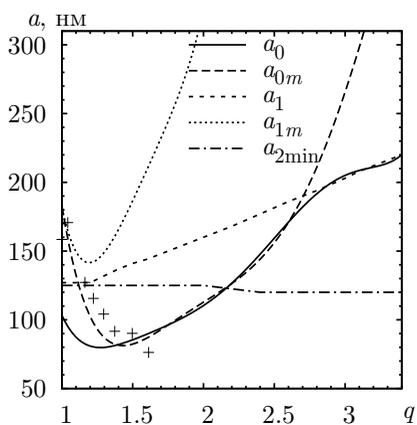


Рис. 4.4. Зависимость размера однодоменности a_0 , максимального размера с однородным распределением намагниченности a_{0m} , размера квазиоднодоменного a_1 и максимального размера квазиоднодоменного состояния a_{1m} ; $a_{2\min}$ — минимального размера метастабильного двухдоменного состояния от вытянутости зерна магнетита q . Крестиками обозначены максимальные размеры частиц биогенного магнетита [160].

при $a_1 < a < a_{1m}$ они метастабильны (здесь a_1 — размер квазиоднодоменности, a_{1m} — предельный размер квазиоднодоменности). Отметим также, что при $q > 2.1$ квазиоднодоменное состояние может быть реализовано в частицах любых размеров больших a_{0m} .

Как показывают расчёты, при увеличении размера зерна область неоднородности магнитного момента (ширина доменной границы) практически не меняется и занимает около $2/3$ объёма.

4.2.2. Анализ результатов моделирования для магнетита

Размер однодоменности. Рассчитанные в данной работе размеры однодоменного состояния (см. рис. 4.4) в целом согласуются с размерами однодоменности, приведёнными в работе [154]. Так, например, размер од-

нодоменности кубической частицы, определённый экспериментально, равен 50 нм [155], либо 80 нм [156], теоретические оценки a_0 соответствуют 80 нм [31, 34], 100 нм [23], 116 нм [157], 120 нм [158]. С увеличением вытянутости зерна $1 < q < 2.5$, согласно [31, 159], a_0 возрастает в интервале размеров 80÷120 нм.

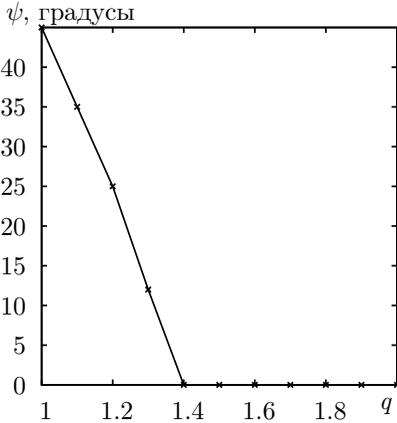


Рис. 4.5. Зависимость угла ориентации «лёгкой оси» ψ относительно удлинённого ребра зерна от его вытянутости q .

грани (а не куба) связана с ограничениями используемой модели (магнитный момент может разворачиваться лишь в плоскости xOz).

Метастабильное однодоменное состояние. Максимальный размер a_{0m} зерна, находящегося в состоянии с однородным распределением \mathbf{I}_s , в силу немоного поведения эффективной константы анизотропии, качественно повторяет её ход. И, если для слабовытянутых частиц полученные значения a_{0m} близки к представленным в работах [29, 31, 34, 157], то при $q > 1.2$, когда энергия анизотропии формы зерна магнетита становится соизмеримой с энергией кристаллографической анизотропии, зависимость $a_{0m} = a_{0m}(q)$, полученная авторами [34], существенно отличается от рассчитанной нами. В пользу немоного поведения $a_{0m} = a_{0m}(q)$ на рис. 4.4 нами представлены результаты экспериментальных исследований, проведённых на образцах биогенного магнетита [160]. Отметим также, что вытянутость, при которой предельный размер a_{0m} становится бесконечно большим, перемещается в область несколько больших q (от 2.4, соглас-

Существенной особенностью полученных нами результатов является немоность изменения размера однодоменности от вытянутости зерна (см. рис. 4.4). Такая зависимость $a_0 = a_0(q)$ связана с немоным поведением эффективной константы анизотропии, которая представляет собой результат тензорного сложения констант кристаллографической анизотропии и анизотропии формы [145, 150].

Конкуренция различных видов анизотропий приводит и к изменению положения «лёгкой оси» [145, 150], что может служить объяснением приведённой на рисунке 4.4 зависимости критических размеров от вытянутости зерна. Отметим, что ориентация «лёгкой оси» изометрической частицы по диагонали её

но [34], до 3.1), что приводит к значительному понижению a_{0m} в области $1.2 < q < 3.0$.

Слабо неоднородное состояние. Не вдаваясь в терминологические изыскания, состояние со слабо неоднородным распределением магнитного момента можно отождествить как с квазиоднодоменным, или модой «закрутка» [11, 13], так и с состоянием, характеризуемым модой «curling» [18, 34], либо «цветок» [20]. В отличие от приведённых выше [11, 18, 34], оно может быть реализовано наряду с «однородным», либо «двухдоменным состояниями», оставаясь устойчивым лишь в узком интервале размеров $a_0 < a < a_1$. Причём, представленные на рис. 4.4 значения вдвое отличаются от критических размеров моды «curling» $a_c = 40$ нм [18].

Двухдоменное состояние. Моделируемое нами «двухдоменное» распределение намагничённости не является «классическим» (два противоположно намагничённых блока разделённых 180° доменной стенкой). С ростом размера зерна наблюдается отклонение углов θ_1, θ_2 определяющих ориентацию магнитных моментов в первом и втором доменах от 0° и 180° соответственно, что в конечном счёте приводит к появлению незначительного магнитного момента частиц при $a > 140$ нм (см. рис. 4.3). Подобное распределение намагничённости, названное авторами [157] «юбками», исследовалось на более крупных частицах. Так, например, в изометрических частицах ($q = 1.0$) «юбки» возникали при $a = 180$ нм, а в вытянутых ($q = 1.5$) при $a = 450$ нм.

Как показывают расчёты, двухдоменное состояние метастабильно «снизу», начиная с размеров $a_{2\min}$ вплоть до $a = a_1$, при $a > a_1$ энергетически выгодно двухдоменное состояние, которое, сосуществуя с однородным (при $a < a_{0m}$) или с квазиоднодоменным (при $a < a_{1m}$), становится единственным в области $a > a_{1m}$. Значения a_{1m} лежат несколько ниже приведённых в работах [31, 34] и качественно не противоречат им.

Таким образом:

1. В зависимости от размеров и вытянутости малая частица может находиться в одном из трёх магнитных состояний: с однородной намагничённостью, с малой (квазиоднодоменном) и с большой неоднородностью магнитного момента (двухдоменном). Показано, что основному сопутствует метастабильное состояние.

2. Рассчитанные критические размеры перечисленных состояний меняются немонотонным образом.

4.2.3. Критические размеры частиц железа

Исследование магнитных состояний частиц железа проведём в рамках изложенной ранее модели. В расчётах использовались следующие па-

раметры: $I_s = 1710$ Гс, константа кристаллографической анизотропии $K = 4.72 \cdot 10^5$ эрг/см³ [161], обменная константа $A = 2 \cdot 10^{-6}$ эрг/см.

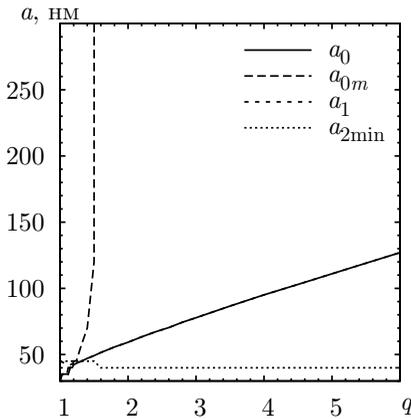


Рис. 4.6. Зависимость критических размеров железного зерна от его вытянутости q .

кристаллографических направлений «лёгкого» намагничивания, то оно и является «лёгкой осью». В связи с этим критические размеры для квазиоднодоменного состояния не приводятся, так как размер стабильного квазиоднодоменного состояния a_1 практически совпадает с a_0 , а a_{1m} — с a_{0m} . В отличие от магнетита поведение критических размеров a_0 и a_{0m} монотонно, что вызвано положительным значением константы кристаллографической анизотропии Fe. Большая величина намагниченности насыщения железа приводит к меньшим, чем для магнетита, значениям критических размеров. Размер однодоменности для изометрической частицы составляет 30 нм (рассчитанный Кондорским [12] размер сферической частицы $a_0 = 25$ нм. Критический размер стабильного однородного состояния a_0 линейно возрастает с увеличением вытянутости и при $q = 6$ достигает 130 нм. Размер a_{2min} , выше которого возможно двухдоменное состояние, метастабильное вплоть до a_1 , также, как и в случае магнетита, практически не зависит от вытянутости зерна и примерно равен 40 нм. Предельный размер состояния с однородной намагниченностью быстро увеличивается с вытянутостью и при $q > 1.5$ в рамках нашей модели метастабильное однодоменное состояние становится возможным при любых размерах. Отметим, что сходное качественное поведение критических размеров от q , равно как и отсутствие квазиоднодоменных состояний, было получено в работе [31] для магнетита, константу кристаллографической анизотропии

Из диаграммы $\{a, q\}$, представленной на рис. 4.6, следует, что при $q > 1$ квазиоднодоменное состояние отсутствует.

Как показывают расчёты оно возможно лишь в кубических частицах в интервале размеров порядка 35÷45 нм. Данный факт можно объяснить следующим образом: при незначительной вытянутости q магнитостатическая энергия превосходит энергию кристаллографической анизотропии, что приводит к «потере» многоосности кристалла (см. параграф 2.3). А так как константа кристаллографической анизотропии железа положительна и зерно вытянуто вдоль одного из

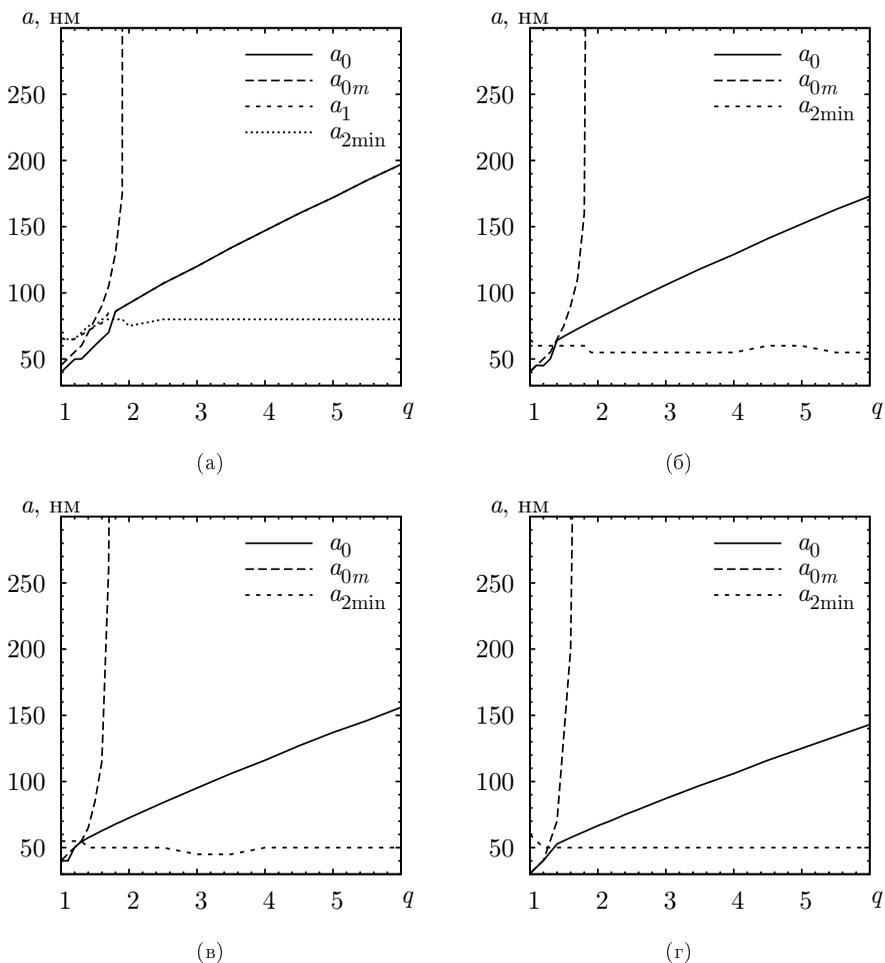


Рис. 4.7. Диаграммы магнитных состояний $\{a, q\}$ частиц Fe-Fe₃O₄ с шириной переходной области $\tau_2 = 0.1$ при разных значениях размера фазы Fe (а) — $\tau_1 = 0.5$, (б) — $\tau_1 = 0.6$, (в) — $\tau_1 = 0.7$, (г) — $\tau_1 = 0.8$.

которого авторы считали положительной.

В отличие от частиц магнетита:

1. Вытянутые частицы железа могут находиться в однодоменном или двухдоменном состояниях.
2. Критические размеры магнитных состояний монотонно изменяются с увеличением размеров и вытянутости.

4.3. Магнитные состояния гетерогенных частиц

При моделировании распределения магнитного момента в гетерогенных частицах, состоящих из Fe_3O_4 и Fe, варьировались относительный размер части, содержащей железо, τ_1 (см. (4.2)) и величина переходной области τ_2 , в которой изменение обменной константы и константы анизотропии задавалось линейно. При исследовании стабильности двухдоменного состояния химически неоднородной частицы, начальные состояния

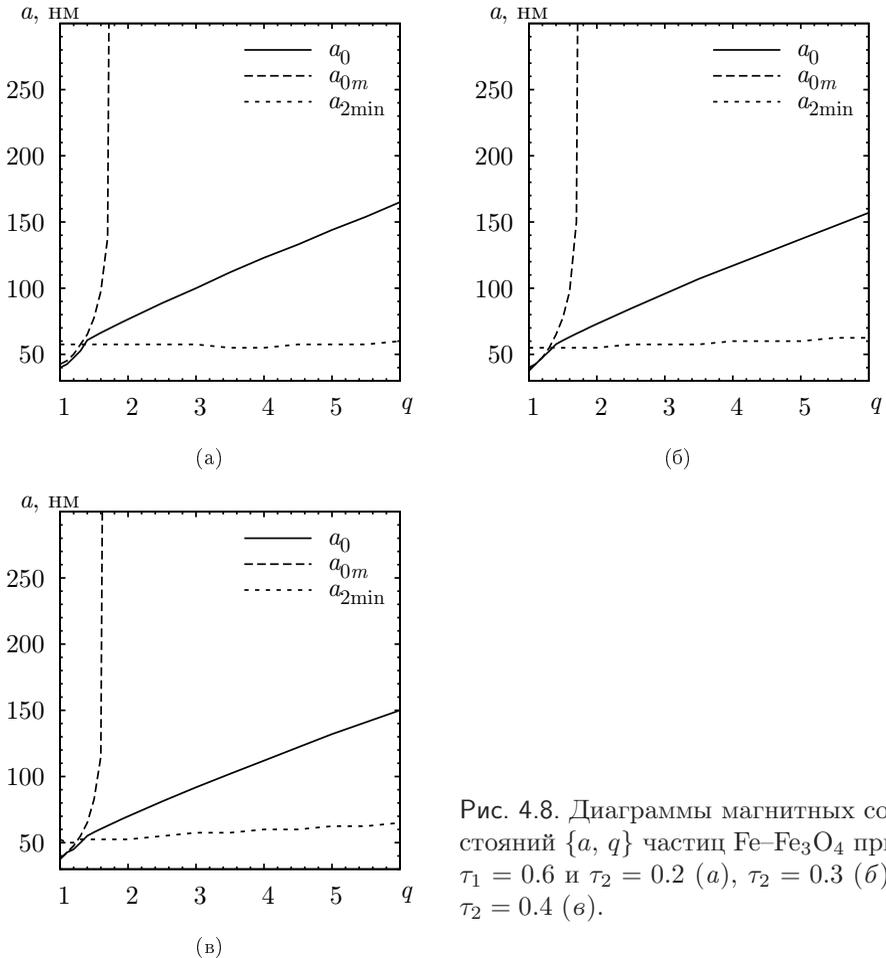


Рис. 4.8. Диаграммы магнитных состояний $\{a, q\}$ частиц Fe- Fe_3O_4 при $\tau_1 = 0.6$ и $\tau_2 = 0.2$ (а), $\tau_2 = 0.3$ (б), $\tau_2 = 0.4$ (в).

задавались так, чтобы разворот момента происходил в железной части зерна, поскольку в частицах Fe исследуемого размера намагниченность неоднородна.

Увеличение содержания магнетита (см. рис. 4.7) приводит к увеличению размера однодоменности a_0 , особенно в области больших вытянутостей. Так, например, для зёрен с $\tau_1 = 0.5$ и $q = 6$ размер a_0 составляет 200 нм, вдвое превышая размер однодоменности железного зерна, что обусловлено вкладом магнитостатической энергии фазы железа. По этой же причине рост τ_1 приводит к резкому уменьшению размера $a_{2\min}$ в области $\tau_1 > 0.5$ от 80 до 50 нм. С увеличением химической неоднородности кривая $a_{0m}(q)$ смещается в сторону больших вытянутостей (см. рис. 4.7), не изменяя при этом качественно вид зависимости. С уменьшением τ_1 начинает проявляться немонотонное поведение критических размеров, характерное для магнетита. Увеличение относительной ширины переходной области τ_2 для фиксированного значения τ_1 приводит к тому, что магнитные состояния таких зёрен приближаются к полученным для железа (рис. 4.8).

Итогом проведённого исследования могут служить следующие результаты:

1. Увеличение химической неоднородности может привести к значительному изменению критических размеров магнитных состояний гетерогенных частиц.
2. Кристаллографическая анизотропия существенно влияет на характер зависимости критических размеров магнитных состояний частиц от вытянутости.

Глава 5

Магнитные свойства системы химически однородных невзаимодействующих частиц

Прежде чем приступить к расчёту различных видов намагниченности, перечислим основные положения модели однодоменных невзаимодействующих частиц, используемой в данной главе:

1. Рассматривается ансамбль, состоящий из включённых в немагнитную матрицу N однодоменных невзаимодействующих частиц, имеющих форму эллипсоидов вращения.
2. Считается, что магнитные моменты $1/3$ частиц ориентированы по оси Ox , $1/3$ — по оси Oy и $1/3$ — по Oz (система координат $\{x, y, z\}$ выбрана так, что поле H параллельно Ox).

Тогда вклад в остаточную намагниченность могут дать только те частицы, магнитные моменты которых ориентированы параллельно или антипараллельно полю. Критическое поле H_0 таких частиц определяется эффективной константой анизотропии, которая описывается соотношениями (2.7), (2.22), (2.23), (2.25), (2.28), (2.31).

В отсутствие механических напряжений критическое поле однодоменного зерна с положительной константой кристаллографической анизотро-

пии ($k_A > 0$), имеющего форму вытянутого эллипсоида вращения, имеет вид:

$$H_0 = I_s \sqrt{k_A^2 + k_N^2 + 2k_A k_N \cos 2\alpha}. \quad (5.1)$$

Соотношение (5.1) является обобщением выражения для критического поля на случай сравнимых по величине анизотропии формы и кристаллографической анизотропии, например, для частицы титаномагнетита. Используя таблицы для размагничивающих коэффициентов [38], а так же значения спонтанной намагниченности и энергии кристаллографической анизотропии титаномагнетитов [88] можно оценить, при каких отношениях большой полуоси к малой (a/b) константа анизотропии формы k_N больше естественной кристаллографической анизотропии k_A (см. таблицу 5.1).

Таблица 5.1. Таблица отношений a/b , при которых константа анизотропии k_N равна безразмерной константе кристаллографической анизотропии k_A титаномагнетита $x\text{Fe}_2\text{TiO}_4(1-x)\text{Fe}_3\text{O}_4$.

x	0	0.04	0.1	0.18	0.48	0.56
a/b	1.2	1.4	1.6	1.9	2.6	—

Из таблицы следует, что, по крайней мере, для титаномагнетита с $x < 0.56$ нельзя пренебречь одним из видов анизотропии.

Если рассматривать H_0 как функцию k_N и $\psi = 2\alpha$ ($k_A = \text{const}$ для данного ферромагнетика) в полярной системе координат, то линией постоянного критического поля является окружность радиуса H_0/I_s , центр которой находится в точке $k_N = k_A$, $\psi = \pi$. Тогда, сопоставив любой однодоменной частице, имеющей критическое поле H_0 , точку в полярной плоскости $[k_N, \psi]$, можно рассчитать остаточную намагниченность.

5.1. Нормальная остаточная намагниченность и её коэрцитивный спектр

Так, например, в нормальную остаточную намагниченность дадут вклад частицы с критическими полями $H_0 \leq H$, изображающие точки которых находятся в области, ограниченной полуокружностью радиуса H/I_s (см. рис. 5.1.a). При известном распределении по k_N и ψ легко рассчитать возникшую намагниченность.

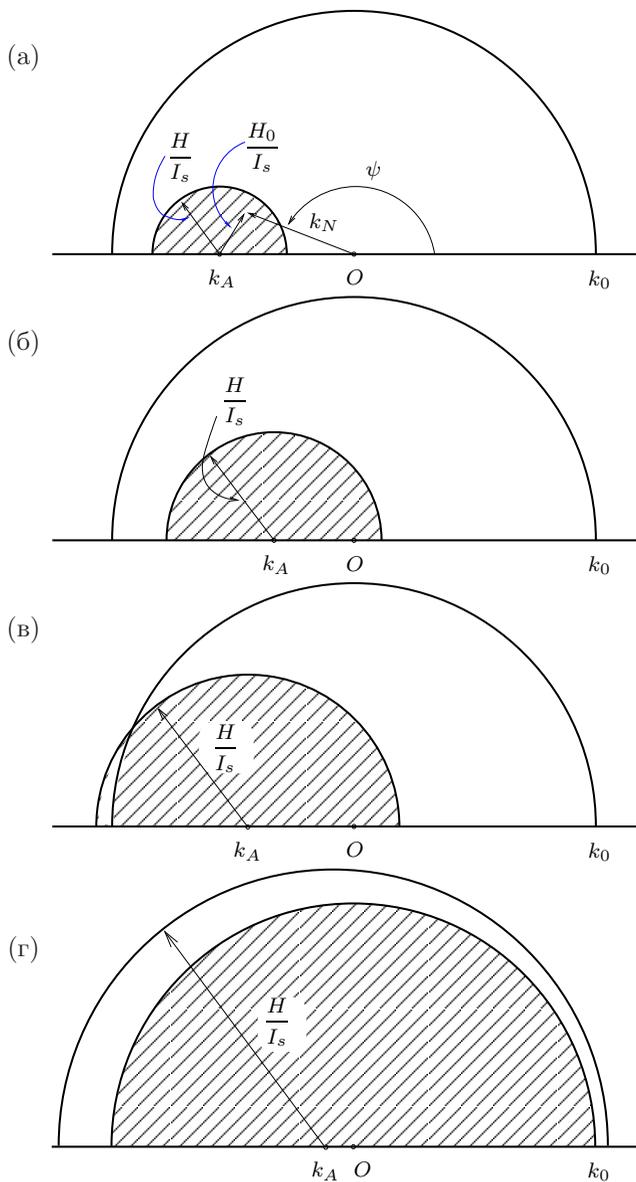


Рис. 5.1. К расчёту нормальной остаточной намагниченности.

Если распределение по анизотропии формы k_N не требует особых оснований, то в пользу возможности распределения по ψ можно привести следующие факты:

а) обычно направление роста при выращивании нитевидных монокристаллов железа не совпадает с «лёгкими осями» кристалла, то есть с осями типа $\langle 100 \rangle$ [72–74];

б) если температура кристаллизации ферромагнетика ниже температуры кристаллизации немагнитной матрицы, то направление основных кристаллографических осей центра кристаллизации зависит случайным образом от формы полости (трещина, микротрещина), которая в конечном счёте определяет форму зерна;

в) и, наконец, если однодоменные частицы являются осколками многодоменных, то совсем не обязательно, чтобы главные кристаллографические направления находились в плоскости скола [76, 181].

Введём упрощающее предположение, будем считать, что

$$f(k_N, \psi) = \begin{cases} \text{const}, & 0 \leq k_N \leq k_0, \quad 0 \leq \psi \leq \pi, \\ 0, & k_N > k_0, \quad \psi > \pi. \end{cases}$$

$\text{const} = \frac{N}{k_0\pi}$ определяется из условия нормировки:

$$\int_0^\pi d\psi \int_0^{k_0} f(k_N, \psi) dk_N = N. \quad (5.2)$$

Для определённости будем считать, что $k_A \leq k_0/2$. В таком случае в зависимости от соотношений между k_A , k_0 и H возможны четыре варианта:

1. $H \leq k_A I_s$ (рис. 5.1.а).
2. $k_A I_s \leq H \leq (k_0 - k_A) I_s$ (рис. 5.1.б).
3. $(k_0 - k_A) I_s \leq H \leq (k_0 + k_A) I_s$, (рис. 5.1.в).
4. $H \geq (k_0 + k_A) I_s$, (рис. 5.1.г).

В первом случае, для частиц одинакового объёма v

$$\begin{aligned} I_r(H) &= \frac{N I_s v}{3\pi k_0 V} \int_{\pi - \arcsin x}^{\pi} d\psi \int_{k_A(-\cos \psi - \sqrt{x^2 - \sin^2 \psi})}^{k_A(-\cos \psi + \sqrt{x^2 - \sin^2 \psi})} dk_N = \\ &= \frac{2ck_A I_s}{3\pi k_0} x^2 \left[F\left(\frac{\pi}{2}, x\right) - D\left(\frac{\pi}{2}, x\right) \right]. \end{aligned} \quad (5.3)$$

Здесь $c = Nv/V$ — объёмная концентрация частиц, имеющих объём v ,

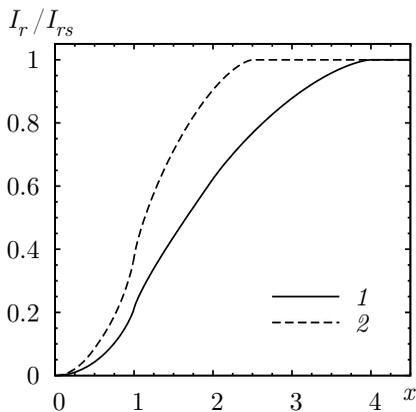


Рис. 5.2. Зависимость нормальной остаточной намагниченности I_r от приведённой величины поля $x = H/k_A I_s$. Кривая 1 соответствует $k_A/k_0 = 1/3$, кривая 2 — $k_A/k_0 = 2/3$.

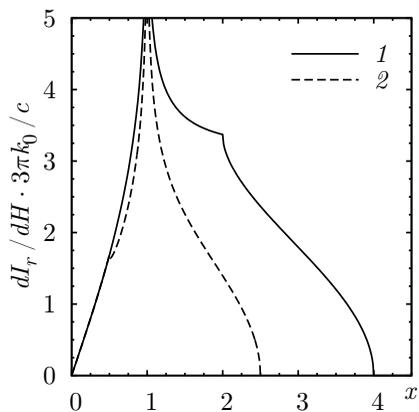


Рис. 5.3. Спектры нормальной остаточной намагниченности. Кривая 1 соответствует $k_A/k_0 = 1/3$, кривая 2 — $k_A/k_0 = 2/3$.

$x = \frac{H}{k_A I_s}$; $D\left(\frac{\pi}{2}, x\right) = \frac{1}{x^2} \left[F\left(\frac{\pi}{2}, x\right) - E\left(\frac{\pi}{2}, x\right) \right]$; $F\left(\frac{\pi}{2}, x\right)$, $E\left(\frac{\pi}{2}, x\right)$ — эллиптические интегралы первого и второго рода соответственно.

В остальных трёх случаях намагниченность рассчитывается аналогично:

$$I_r(H) = \frac{2ck_A I_s}{3\pi k_0} x E\left(\frac{\pi}{2}, \frac{1}{x}\right), \quad 1 \leq x \leq \frac{k_0}{k_A} - 1, \quad (5.4)$$

$$I_r(H) = \frac{ck_A I_s}{3\pi k_0} \left\{ x G(\psi_1, x) + \frac{k_0}{k_A} (\pi - \psi_1) - \sin \psi_1 \right\}, \quad \frac{k_0}{k_A} - 1 \leq x \leq \frac{k_0}{k_A} + 1, \quad (5.5)$$

$$I_r = I_{rs} = \frac{cI_s}{3}, \quad x \geq \frac{k_0}{k_A} + 1. \quad (5.6)$$

В соотношениях (5.4), (5.5) приняты следующие обозначения:

$$G(\psi_1, x) = \begin{cases} 2E\left(\frac{\pi}{2}, \frac{1}{x}\right) - E\left(\pi - \psi_1, \frac{1}{x}\right), & \cos \psi_1 \leq 0, \\ E\left(\psi_1, \frac{1}{x}\right), & \cos \psi_1 \geq 0, \end{cases}$$

$$\cos \psi_1 = \frac{k_A}{2k_0} \left[x^2 - \left(\frac{k_0}{k_A} \right)^2 - 1 \right]. \quad (5.7)$$

В случае $k_A \geq k_0/2$ $I_r(H)$ рассчитывается аналогично. Зависимости I_r от H для двух отношений k_A/k_0 приведены на рис. 5.2.

Отметим, что при малых H ($H \ll k_A I_s$) остаточная намагниченность $I_r(H) \sim H^2$. Действительно, так как $x \ll 1$, то $F(\pi/2, x) \rightarrow \pi/2$, $D(\pi/2, x) \rightarrow \pi/4$, $\varphi \rightarrow \pi$, то есть

$$I_r(H) = \frac{c}{6k_0 k_A I_s} H^2. \quad (5.8)$$

Пропорциональность остаточной намагниченности квадрату поля не является результатом специально введённого распределения по k_N и ψ . При $H \ll k_A I_s$, $k_N \rightarrow k_A$, $\psi \rightarrow \pi$ и, если плотность распределения изображающих точек $f(k_A, \pi) \neq 0$, то

$$I_r(H) = \frac{Nm}{3V} \frac{f(k_A, \pi) \pi H^2}{k_A} = \frac{c f(k_A, \pi)}{6k_A I_s} H^2. \quad (5.9)$$

Воспользовавшись разложением в ряд эллиптических интегралов $F(\varphi, k)$, $E(\varphi, k)$ при малых φ и k [174], нетрудно показать, что в полях $H \gg k_A I_s$ остаточная намагниченность сначала пропорциональна H , а затем стремится к остаточной намагниченности насыщения $I_{rs} = cI_s/3$ по закону

$$I_r(H) = \frac{cI_s}{3} \left\{ 1 - \frac{k_A \psi_1}{\pi k_0 x} \right\}. \quad (5.10)$$

Расчёт коэрцитивных спектров не представляет труда, для этого следует взять производную от $I_r(H)$ по H , в случае $k_A \leq k_0/2$ имеем:

$$\frac{dI_r}{dH} = \begin{cases} \frac{2c}{3\pi k_0} x F\left(\frac{\pi}{2}, x\right), & x \leq 1, \\ \frac{2c}{3\pi k_0} F\left(\frac{\pi}{2}, \frac{1}{x}\right), & 1 \leq x \leq \frac{k_0}{k_A} - 1, \\ \frac{c}{3\pi k_0} \left\{ 2F\left(\frac{\pi}{2}, \frac{1}{x}\right) - F\left(\psi_1, \frac{1}{x}\right) \right\}, & \frac{k_0}{k_A} - 1 \leq x \leq \frac{k_0}{k_A} + 1, \\ & \cos \psi_1 \leq 0, \\ \frac{c}{3\pi k_0} F\left(\psi_1, \frac{1}{x}\right), & \frac{k_0}{k_A} - 1 \leq x \leq \frac{k_0}{k_A} + 1, \\ & \cos \psi_1 \geq 0, \\ 0 & x \geq \frac{k_0}{k_A} + 1. \end{cases} \quad (5.11)$$

Спектры нормальной остаточной намагниченности для двух соотношений k_A/k_0 приведены на рис. 5.3.

5.2. Влияние знака констант анизотропии на процесс намагничивания

Полученные выше соотношения позволяют рассчитать остаточную намагниченность I_r ансамбля однодоменных частиц с $k_A > 0$, $k_N > 0$. Представленный выше подход можно использовать и для расчёта I_r системы частиц, имеющих форму сплюснутых эллипсоидов вращения ($k_N < 0$). Так, в случае $k_A > 0$, $k_N < 0$ линией постоянного критического поля H_0 (см. (2.22)) на диаграмме $[k_N, \psi]$ (см рис. 5.4) является гипербола с центром в точке $k_N = k_A/2$, $\psi = 0$.

$$k_N(H_0) = \frac{H_0(k_A I_s - H_0)}{I_s \left(H_0 - \frac{k_A I_s}{2} + \frac{k_A I_s}{2} \cos \psi \right)}. \quad (5.12)$$

Основные характеристики гиперболы — угол между асимптотами φ и действительная ось $2a$ определяются из уравнений:

$$\sin \frac{\varphi}{2} = \sqrt{\frac{H_0}{k_A I_s}}, \quad (5.13)$$

$$2a = \begin{cases} \frac{2}{I_s} \left(\frac{k_A I_s}{2} - H_c \right), & H_0 \leq \frac{k_A I_s}{2}, \\ \frac{2}{I_s} \left(H_0 - \frac{k_A I_s}{2} \right), & H_0 > \frac{k_A I_s}{2}. \end{cases} \quad (5.14)$$

Зная линию постоянного критического поля, нетрудно рассчитать нормальную остаточную намагниченность $I_r(H)$. Действительно, в поле H частицы с $H_0 \leq H$ переходят в состояние с параллельной полю ориентацией магнитного момента. На диаграмме $[k_N, \psi]$ таким частицам соответствуют точки с координатами $k_N \geq k_N(H)$, $0 \leq \psi \leq \psi_1$

$$k_N(H) = k_A \frac{x(1-x)}{x - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \psi}, \quad x = \frac{H}{k_A I_s}, \quad (5.15)$$

$$\psi_1 = 2 \arcsin \sqrt{x \left[1 - \frac{k_A}{k_0} (1-x) \right]}, \quad (5.16)$$

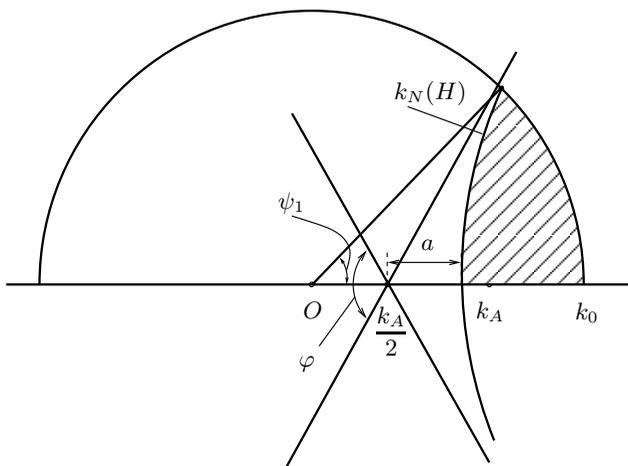


Рис. 5.4. К расчёту нормальной остаточной намагниченности частиц с константами анизотропии $k_A \geq 0$, $k_N \leq 0$.

т. е. точки, попавшие на рис. 5.4 в заштрихованную область.

Таким образом, в поле $H \geq (k_A - k_0)I_s$ нормальная остаточная намагниченность частиц, имеющих одинаковый объём, равна

$$I_r(H) = \frac{I_s v}{V} \int_0^{\psi_1} d\psi \int_{k_N(H)}^{k_0} f(k_N, \psi) dk_N = \frac{ck_A I_s}{3\pi k_0} \left\{ \frac{\psi_1 k_0}{k_A} - \sqrt{x(1-x)} \ln \left[2x - 1 + \frac{2k_0}{k_A} + 2\sqrt{\left(\frac{k_0}{k_A} + x\right)\left(\frac{k_0}{k_A} - 1 + x\right)} \right] \right\}. \quad (5.17)$$

Если $H \ll k_A I_s$, то из (5.17) следует, что остаточная намагниченность в малых полях пропорциональна \sqrt{H}

$$I_r(H) = \frac{2cI_s}{3\pi} \beta_1 \sqrt{\frac{H}{k_A I_s}}. \quad (5.18)$$

Здесь

$$\beta_1 = \sqrt{1 - \frac{k_A}{k_0}} - \frac{k_A}{2k_0} \ln \left(\frac{2k_0}{k_A} - 1 + \sqrt{\frac{k_0}{k_A} \left(\frac{k_0}{k_A} - 1 \right)} \right).$$

Оценка нормальной остаточной намагниченности для случая $k_A \leq 0$, $k_N \geq 0$ проводится аналогично. При этом нужно учесть, что линией по-

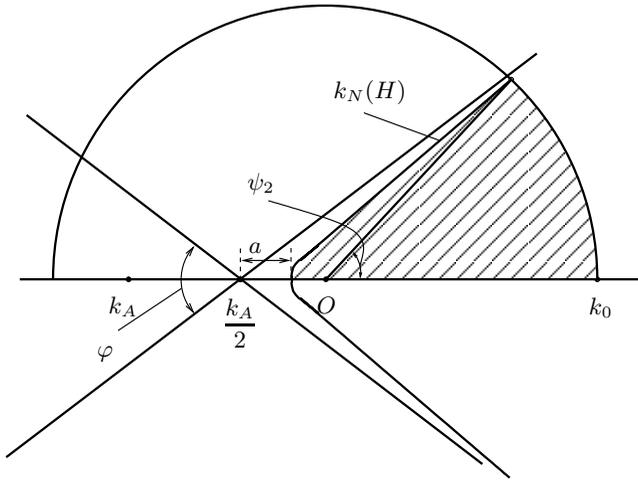


Рис. 5.5. К расчёту нормальной остаточной намагниченности частиц с константами анизотропии $k_A \leq 0$, $k_N \geq 0$.

стоянного критического поля является гипербола

$$k_N(H_0) = \frac{H_0 (k_A I_s - H_0)}{I_s \left(\frac{k_A I_s}{2} - H_0 - \frac{k_A I_s}{2} \cos \psi \right)}, \quad (5.19)$$

центр которой находится в точке $k_N = ka/2$, $\psi = \pi$, а угол φ между асимптотами и действительная ось определяются соотношениями (5.13), (5.14). Так как частицам с критическими полями $H_0 \leq H$ на диаграмме $[k_N, \psi]$ соответствуют точки с $k_N \leq k_N(H)$, где $k_N(H)$ определяется формулой (5.19) с заменой в ней H_0 на H , $0 \leq \psi \leq \psi_2$ (см. рис. 5.5):

$$k_N(H) = k_A \frac{2x(1-x)}{1-2x-\cos\psi}, \quad (5.20)$$

$$\psi_2 = 2 \arcsin \sqrt{x \left[1 + \frac{k_A}{k_0} (1-x) \right]},$$

то намагниченность $I_r(H)$ равна

$$I_r(H) = \frac{ck_A I_s}{3\pi k_0} \left\{ \frac{\psi_2 k_0}{k_A} + \sqrt{x(1-x)} \ln \left[1 + \frac{2k_0}{k_A} + \right. \right. \\ \left. \left. + 2\sqrt{\left(\frac{k_0}{k_A} - x \right) \left(\frac{k_0}{k_A} + 1 - x \right)} \right] \right\}. \quad (5.21)$$

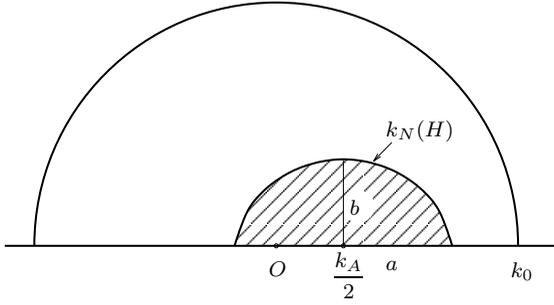


Рис. 5.6. К расчёту нормальной остаточной намагниченности частиц с константами анизотропии $k_A \leq 0$, $k_N \leq 0$.

Соотношение (5.21), так же как и (5.17), выполняется при $H \geq (k_A - k_0)I_s$; если $H < (k_A - k_0)I_s$, то остаточная намагниченность системы частиц, для которых $k_0 < k_A$, равна нулю.

В малых полях остаточная намагниченность $I_r(H) \sim \sqrt{H}$:

$$I_r(H) = \frac{2cI_s}{3\pi} \beta_2 \sqrt{\frac{H}{k_A I_s}}. \quad (5.22)$$

Здесь

$$\beta_2 = \sqrt{1 + \frac{k_A}{k_0}} + \frac{k_A}{2k_0} \ln \left(1 + \frac{2k_0}{k_A} + 2\sqrt{\frac{k_0}{k_A} \left(\frac{k_0}{k_A} + 1 \right)} \right).$$

В заключение рассмотрим случай $k_A \leq 0$, $k_N \leq 0$. Линией $H_0 = \text{const}$ является эллипс с центром в точке $k_N = k_A/2$; $\psi = 0$

$$k_N(H_0) = \frac{H_0 (k_A I_s + H_0)}{I_s \left(\frac{k_A I_s}{2} + H_0 - \frac{k_A I_s}{2} \cos \psi \right)}, \quad (5.23)$$

полуоси которого определяются

$$a = k_A \left(\frac{1}{2} + \frac{H_0}{k_A I_s} \right); \quad b = k_A \sqrt{\frac{H_0}{k_A I_s} \left(1 + \frac{H_0}{k_A I_s} \right)}. \quad (5.24)$$

В нормальную остаточную намагниченность I_r , образованную в поле $H \leq (k_A - k_0)I_s$, дадут вклад частицы, изображающие точки которых попали в заштрихованную область (см. рис. 5.6).

Расчёт показывает, что

$$I_r(H) = \frac{ck_A I_s}{3k_0} \sqrt{x(1-x)}. \quad (5.25)$$

Если $H \geq (k_A - k_0)I_s$, то нормальная остаточная намагниченность определяется следующим образом:

$$I_r(H) = \frac{cI_s}{3\pi k_0} \left\{ k_0\psi_3 + 2k_A\sqrt{x(1-x)} \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{k_A(1+x) - k_0}{k_Ax - k_0}} \right) \right\}, \quad (5.26)$$

где $\psi_3 = 2 \arcsin \sqrt{x \left[\frac{k_A}{k_0}(1-x) - 1 \right]}$.

Отметим, что так же, как и в двух предыдущих случаях, в малых полях $I_r(H) \sim \sqrt{H}$, в то время как нормальная остаточная намагниченность ансамбля частиц $k_A \geq 0$, $k_N \geq 0$ пропорциональна H^2 . Это связано с различной зависимостью критического поля H_0 от анизотропии формы и угла α . Если константы анизотропии положительны ($k_A \geq 0$, $k_N \geq 0$), то в слабых полях ($H \ll k_AI_s$) в процесс намагничивания вовлекаются частицы, для которых $\alpha \sim \pi/2$ (ось, выделяемая кристаллографической анизотропией, перпендикулярна длинной оси эллипсоида) и $k_N \sim k_A$. Поэтому $I_r(H)$ определяется соотношением (5.9).

В случае, если константа анизотропии формы отрицательна, то в малых полях в намагниченность дают вклад частицы с $\alpha \sim 0$ независимо от k_N (так как при $k_N \leq 0$ выделяется «лёгкая плоскость»). На диаграмме $[k_N, \psi]$ за остаточную намагниченность ответственны частицы, изображающие точки которых попали в сектор с углом $\varphi/2 = \sqrt{H/(k_AI_s)}$ (при $k_A \leq 0$, $k_N \leq 0$ остаточную намагниченность определяет область, ограниченная эллипсом с полуосями $a = k_A/2$, $b = k_A\sqrt{H/(k_AI_s)}$). А так как остаточная намагниченность пропорциональна площади диаграммы $[k_N, \psi]$, то $I_r(H) \sim \sqrt{H}$.

Таким образом, в малых полях нормальная остаточная намагниченность ансамбля однодоменных эллипсоидальных частиц различной формы (от вытянутых ($k_N \geq 0$), до сплюснутых ($k_N \leq 0$) эллипсоидов вращения) в зависимости от знака константы кристаллографической анизотропии имеет вид

$$I_r(H) = \begin{cases} \frac{c_1}{6k_0k_AI_s}H^2 + \frac{2c_2I_s}{3\pi}\beta_1\sqrt{\frac{H}{k_AI_s}}, & k_A \geq 0, \\ \frac{c_1k_AI_s}{3k_0}\sqrt{\frac{H}{k_AI_s}} + \frac{2c_2I_s}{3\pi}\beta_2\sqrt{\frac{H}{k_AI_s}}, & k_A \leq 0, \end{cases} \quad (5.27)$$

где c_1 и c_2 — объёмные концентрации частиц с $k_N > 0$ и $k_N < 0$ соответственно. Из выражения (5.27) следует, что начальная восприимчивость системы однодоменных частиц бесконечна, что характерно для ферромаг-

нетиков типа «лёгкая плоскость», так как любое бесконечно малое поле приводит к конечному изменению магнитного момента зерна.

Таким образом:

1. Диаграмма $[k_N, \psi]$, каждой точке которой сопоставляется частица с критическим полем $H_0 = H_0(k_N, \psi)$, позволяет рассчитать нормальную остаточную намагниченность.

2. Нормальная остаточная намагниченность ансамбля однодоменных частиц с $k_A \geq 0$, $k_N \geq 0$ в малых полях ($H \ll k_A I_s$) пропорциональна H^2 , в полях $H \gg k_A I_s$, $I_r(H) \sim H$, а затем стремится к $I_r(H) = cI_s/3$ по закону $I_r(H) = \frac{cI_s}{3} \left\{ 1 - \frac{k_A \psi_1}{\pi k_0 x} \right\}$.

3. В малых полях остаточная намагниченность сплюснутых частиц ($k_N < 0$) с $k_A > 0$, либо частиц с $k_A < 0$, пропорциональна \sqrt{H} .

5.3. Термическое возбуждение однодоменных частиц. Вязкая намагниченность

Результаты, полученные в предыдущем параграфе, вообще говоря, справедливы лишь при температуре $T = 0$. Как отмечалось Неелем [39], при температуре, отличной от нуля, всегда найдутся частицы с такими объёмами и критическими полями, для которых время релаксации соизмеримо с временем эксперимента. Такие частицы были названы Бином [38] суперпарамагнитными.

Для расчёта остаточной намагниченности, созданной суперпарамагнитными частицами, рассмотрим время релаксации однодоменного зерна, находящегося в магнитном поле H . Если $H < KI_s$, то согласно [39, 65]

$$\frac{1}{\tau} = w_+ + w_- = f(H) \exp \left\{ -\frac{KI_s^2 v}{2k_B T} - \frac{H^2 v}{2k_B T} \right\}, \quad (5.28)$$

где $w_{\pm} = f_0 \exp \left\{ -\frac{KI_s^2 v}{2k_B T} - \frac{H^2 v}{2k_B T} \pm \frac{HI_s v}{k_B T} \right\}$, $f(H) = 2f_0 \operatorname{ch} \frac{HI_s v}{k_B T}$, f_0 — частотный множитель, слабо зависящий от температуры и объёма, равный $10^8 \div 10^{10} \text{ с}^{-1}$, k_B — постоянная Больцмана.

При $H \geq KI_s$

$$\frac{1}{\tau_1} = f(H) \exp \left\{ -\frac{HI_s v}{k_B T} \right\}. \quad (5.29)$$

За время $t \approx \tau_1$ частицы с критическими полями, меньшими чем H , перейдут из состояния с антипараллельной ориентацией магнитного момента в состояние с параллельной ориентацией по отношению к магнитному полю. Частицы с критическими полями $KI_s > H$ могут дать вклад

в намагниченность лишь через время $t \approx \tau$ ($\tau > \tau_1$), причём каждому набору частиц, характеризуемому определённым критическим полем $H_0 = KI_s$, соответствует своё время релаксации τ и магнитный момент $\langle m \rangle = vI_s \operatorname{th}(vI_s H/k_B T)$. На диаграмме $[k_N, \psi]$ линиями постоянного времени релаксации (для частиц одинакового объёма v) являются полуокружности радиуса

$$\frac{H_f}{I_s} = \frac{k_B T}{I_s^2 v} \ln f(H)\tau + \sqrt{\left(\frac{k_B T}{I_s^2 v} \ln f(H)\tau\right)^2 - \left(\frac{H}{I_s}\right)^2}. \quad (5.30)$$

Отсюда следует, что к моменту $t \approx \tau$ частицами с критическими полями

$$H_0 = I_s \sqrt{k_A^2 + k_N^2 + 2k_A k_N \cos \psi} \leq H_f(t) \quad (5.31)$$

образуется вязкая намагниченность $I_v(t)$. Величину этой намагниченности легко подсчитать, если известна функция распределения по объёмам $\Phi(v)$

$$I_v(t) = \int \Phi(v) I_r \{H_f(t)\} \operatorname{th} \frac{I_s v H}{k_B T} dv. \quad (5.32)$$

Здесь $I_r \{H_f(t)\}$ — намагниченность, численно равная нормальной остаточной намагниченности, которая может быть получена в поле $H_f(t)$. Ко времени t' , прошедшему после включения поля, намагниченность, обусловленная частицами с $H_0 \leq (k_B T / I_s v) \ln f_0 t' \equiv H_f(t')$, разрушается. Следовательно, вязкая остаточная намагниченность определяется разностью:

$$I_{rv}(t, t') = \int \Phi(v) (I_r \{H_f(t)\} - I_r \{H_f(t')\}) \operatorname{th} \frac{I_s v H}{k_B T} dv. \quad (5.33)$$

Эта формула является обобщением выражения для остаточной намагниченности на случай «нестабильных» частиц, объём которых меньше объёма блокирования v_b (согласно [73, 76, 99] $v_b \approx 50k_B T / (KI_s^2)$). Действительно, при $v \rightarrow v_b$ и $H \rightarrow KI_s$, $\operatorname{th}(I_s v H / k_B T) \approx 1$, $H_f(t) \approx H$, $H_f(t') \approx 0$, таким образом $I_{rv}(t, t') = I_r(H)$.

Анализ соотношения (5.33) проведём для зёрен одинакового объёма v . Пусть t мало, то есть мало поле флуктуаций H_f ($H_f \ll k_A I_s$). Так как в малых полях $I_r(H) \sim H^2$, то выражение для вязкой остаточной намагниченности в слабых полях имеет вид

$$I_{rv}(t, t') = S(t, t') \left\{ \ln \frac{f(H)}{f_0} + \ln \frac{t}{t'} \right\}, \quad (5.34)$$

$$S(t, t') = \frac{8c}{3k_0 k_A I_s} \left(\frac{k_B T}{I_s v} \right)^2 \operatorname{th} \frac{I_s v H}{k_B T} \ln f(H) f_0 t t'.$$

Здесь $S(t, t')$ слабо зависит от времени, так как $t \sim 10^5 \div 10^6$ с, а $f(H)f_0 t' \sim 10^{24} \div 10^{26}$ с⁻¹. При $k_A I_s \ll H_f(t) < (k_0 - k_A)I_s$, $k_A < k_0/2$

$$I_{rv}(t, t') = \begin{cases} S \ln \frac{t}{t'} + \eta(H, t'), & H_f(t') \ll k_A I_s, \\ S \left(\ln \frac{t}{t'} + \ln \frac{f(H)}{f_0} \right), & k_A I_s \ll H_f(t') < \frac{k_0 I_s}{2}, \end{cases} \quad (5.35)$$

где $S = \frac{4c}{3\pi k_0} \frac{k_B T}{I_s v} \text{th} \frac{I_s v H}{k_B T}$, $\eta = S \left[\ln f(H)t' - \frac{\pi k_B T}{2k_A I_s^2 v} \ln^2 f_0 t' \right]$.

В полях $H_f \sim (k_0 + k_A)I_s$ вязкая намагниченность стремится к предельному значению $I_{vs} = I_{rs} \text{th} \frac{I_s^2 (k_0 + k_A) v}{k_B T}$, по закону

$$I_v(t) = \frac{c I_s}{3} \left\{ 1 - \frac{k_A^2 I_s^2 v \psi_1(t)}{\pi k_0 k_B T \ln f(H)t} \right\} \text{th} \frac{I_s v H}{k_B T}, \quad (5.36)$$

$\psi_1(H_f(t))$ определяется соотношением (5.7).

Для подсчёта вязкой остаточной намагниченности из этого выражения следует вычесть намагниченность $I_r \{H_f(t')\} \text{th}(I_s v H / k_B T)$.

Резюмируя результаты параграфа отметим, что:

1. В нормальную остаточную намагниченность дают вклад только те зёрна, время релаксации которых меньше или равно времени $\tau_1 = f^{-1}(H) \exp(-HI_s v / k_B T)$, ($H \geq KI_s$).

2. Вязкая намагниченность, образованная «нестабильными» частицами (частицы с объёмами $v < v_b$) при малых временах t ($H_f(t) \ll k_A I_s$), меняется по квадратичному закону, а затем ($H_f(t) \gg k_A I_s$) по линейному закону относительно $\ln t$.

5.4. Переходная термоостаточная намагниченность и «память» в системе однодоменных частиц

Как было отмечено в параграфе 1.4, механизм образования переходной термоостаточной намагниченности, предложенной И. Н. Петровым и В. В. Металловой [95–98], основой которого является предположение о группах доменов, распределенных по изотропных точкам $T_{k_A=0}$, не имеет достаточно строгого физического обоснования.

Выше (см. п. 2.1.2) было показано, что в системе однодоменных частиц с $k_A > 0$ и $k_N > 0$, имеющих различную анизотропию формы и углы

$\psi = 2\alpha$, существует распределение по температурам, при которых критическое поле становится минимальным. Так, например, вблизи изотропной точки $H_{0\min} = k_N \sin 2\alpha$ при $k_A(T_{\min}) = -k_N \cos 2\alpha$.

Учитывая этот факт, можно рассчитать переходную термоостаточную намагниченность $I_{rT_0, H}^{T_{k_A=0}}$ ансамбля однодоменных частиц.

При изменении температуры от комнатной T_0 до $T_{k_A=0}$ ($T_0 > T_{k_A=0}$) в остаточную намагниченность дадут вклад частицы с критическими полями

$$H_0 \equiv I_s(T) \sqrt{k_A^2(T) + k_N^2 + 2k_A(T)k_N \cos \psi} \leq H \quad (5.37)$$

Если $T_{k_A=0} \ll T_c$, то можно пренебречь температурной зависимостью $I_s(T)$ и считать, что $I_s(T) = I_s(T_0) = I_s$. В этом случае при $H \leq k_A I_s$ и $k_A < k_0 - k_A(T_0)$ намагниченность определяют магнитные моменты частиц, изображающие точки которых попали на диаграмме $[k_N, \psi]$ в заштрихованную область (см. рис. 5.7).

В приближении равномерного распределения по k_N и ψ расчёт $I_{rT_0, H}^{T_{k_A=0}}$ сводится к определению площади заштрихованной области. Не учитывая самопроизвольное размагничивание за время измерения, переходную термоостаточную намагниченность можно привести к виду:

$$\begin{aligned} \tilde{I}_{rT_0, H}^{T_{k_A=0}} = \frac{cI_s}{3\pi k_0} & \left\{ \int_0^{\pi/2} d\psi \int_0^{H/I_s} dk_N + \int_{\pi/2}^{\pi-\varphi_1} d\psi \int_0^{H/I_s \sin \psi} dk_N + \right. \\ & \left. + \int_{\pi-\varphi_1}^{\pi} d\psi \int_0^{k_A(-\cos \psi + \sqrt{x^2 - \sin^2 \psi})} dk_N \right\} = \frac{cH}{3\pi k_0} \left\{ \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} \ln \frac{\sqrt{x^2+1}+1}{\sqrt{x^2+1}-1} + \right. \\ & \left. + \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} + x [F(\varphi_1, x) - D(\varphi_1, x)] \right\}. \quad (5.38) \end{aligned}$$

Здесь $\varphi_1 = \arctg x$, $x = \frac{H}{k_A(T_0)I_s}$.

В полях $k_A(T_0)I_s \leq H \leq (k_0 - k_A(T_0))I_s$ и $k_A(T_0) \leq k_0/2$ намагниченность определяется следующим соотношением:

$$\tilde{I}_{rT_0, H}^{T_{k_A=0}} = \frac{cH}{3\pi k_0} \left\{ \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} \ln \frac{\sqrt{x^2+1}+1}{\sqrt{x^2+1}-1} + \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} + E\left(\varphi_1, \frac{1}{x}\right) \right\}. \quad (5.39)$$

В случае $k_A(T_0) > k_0/2$ переходная термоостаточная намагниченность,

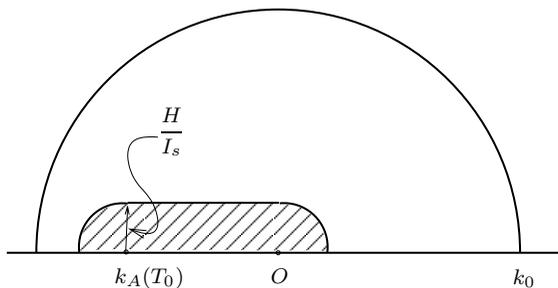


Рис. 5.7. Заштрихованная область соответствует переходной термоостаточной намагниченности $\tilde{I}_{rT_0, H}^{T_{k_A=0}}$, образованной в поле $H \leq k_A(T_0)I_s$ ($k_A(T_0) < k_0/2$).

полученная в поле $H \leq k_A(T_0)I_s$, записывается так:

$$\tilde{I}_{rT_0, H}^{T_{k_A=0}} = \frac{cH}{3\pi k_0} \left\{ \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} \ln \frac{\sqrt{x^2+1}+1}{\sqrt{x^2+1}-1} + \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} + \frac{k_0}{k_A(T_0)} \frac{\pi - \psi_1}{x} - \frac{\sin x}{x} + x^2 \left[F(\varphi_2, x) + F(\varphi_1, x) - 2F\left(\frac{\pi}{2}, x\right) - D(\varphi_2, x) - D(\varphi_1, x) + 2D\left(\frac{\pi}{2}, x\right) \right] \right\}. \quad (5.40)$$

Здесь $\varphi_2 = \arcsin \frac{\sin \psi_1}{x}$, $\cos \psi_1 = \frac{k_A(T_0)}{2k_0} \left[x^2 - \left(\frac{k_0}{k_A(T_0)} \right)^2 - 1 \right]$.

Если $k_A(T_0)I_s \leq H \leq \sqrt{k_0^2 - k_A^2}I_s$, то

$$\tilde{I}_{rT_0, H}^{T_{k_A=0}} = \frac{cH}{3\pi k_0} \left\{ \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} \ln \frac{\sqrt{x^2+1}+1}{\sqrt{x^2+1}-1} + \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} + \frac{k_0}{k_A(T_0)} \frac{\pi - \psi_1}{x} - \frac{\sin x}{x} + E\left(\varphi_1, \frac{1}{x}\right) + E\left(\psi_1, \frac{1}{x}\right) - 2E\left(\frac{\pi}{2}, \frac{1}{x}\right) \right\}. \quad (5.41)$$

И, наконец, при $H \geq \sqrt{k_0^2 - k_A^2}I_s$

$$\tilde{I}_{rT_0, H}^{T_{k_A=0}} = \frac{cH}{3\pi k_0} \left\{ \frac{\pi}{2} + \frac{k_0}{k_A(T_0)} \frac{\pi - \psi_1}{x} + \frac{1}{2} \ln \left(\operatorname{tg} \frac{\psi_1}{2} \right) \right\}. \quad (5.42)$$

Остаточная намагниченность $\tilde{I}_{rT_{k_A=0}, H}^{T_0}$, полученная при нагревании от $T_{k_A=0}$ до T_0 , определяется так же, как и $\tilde{I}_{rT_0, H}^{T_{k_A=0}}$ формулами (5.38)–(5.41).

Отметим, что в малых полях $H \ll k_A(T_0)I_s$, переходная термоостаточная намагниченность практически пропорциональна полю H :

$$\tilde{I}_{r T_{k_A=0, H}}^{T_0} = \tilde{I}_{r T_0, H}^{T_{k_A=0}} = \frac{cH}{3\pi k_0} \left\{ \pi + 2 + \ln \frac{2k_A(T_0)I_s(T_0)}{H} \right\}. \quad (5.43)$$

Соотношения (5.38)–(5.43) записаны без учёта самопроизвольного размагничивания ко времени t' измерения ТТМ. За это время разрушится намагниченность, определяемая частицами с критическими полями $H_0 \leq H_f(t') \equiv \frac{2k_B T}{I_s v} \ln f_0 t'$, равная вязкой, образованной за время t' при соответствующей температуре T .

Таким образом:

$$I_{r T_{k_A=0, H}}^{T_0} = \tilde{I}_{r T_{k_A=0, H}}^{T_0} - I_v(t', T_0), \quad (5.44)$$

$$I_{r T_0, H}^{T_{k_A=0}} = \tilde{I}_{r T_0, H}^{T_{k_A=0}} - I_v(t', T_{k_A=0}). \quad (5.45)$$

Сравнивая (5.44) и (5.45), нетрудно понять, что $I_{r T_{k_A=0, H}}^{T_0}$ всегда больше $I_{r T_0, H}^{T_{k_A=0}}$, причём, особенно сильно они должны различаться в малых полях. Действительно, при малых $H_f(t')$ ($H_f(t') \ll k_A(T_0)I_s$)

$$\frac{I_v(t', T_0)}{I_v(t', T_{k_A=0})} = \frac{H_f(t')}{2k_A(T_0)I_s} \ll 1. \quad (5.46)$$

Соотношения (5.45) соответствуют случаю, когда $I_{r T_0, H}^{T_{k_A=0}}$ измеряется при температуре $T_{k_A=0}$. Если же измерение проводится при комнатной температуре, то намагниченность

$$I_{r T_0, H}^{T_{k_A=0}}(T_0) = \tilde{I}_{r T_0, H}^{T_{k_A=0}} - \tilde{I}_{r T_0, H_f(t')}^{T_{k_A=0}} \quad (5.47)$$

совпадает с «памятью» $I_{r T_{k_A=0, H}}^{T_0}$, то есть той частью переходной термоостаточной намагниченности, которая не разрушается низкотемпературной чисткой.

Аналогично можно определить «память» любого вида намагниченности. Так, например, «память» нормальной остаточной намагниченности J_r равна разности

$$J_r = I_r(H) - I'(H_f), \quad (5.48)$$

где $I'(H_f)$ — намагниченность, обусловленная частицами с критическими полями $H_0(T) < H_f(T)$. То есть, «память» J_r определяют частицы, которые на диаграмме $[k_N, \psi]$ изображаются точками, попавшими в область с двойной штриховкой (см. рис. 5.8).

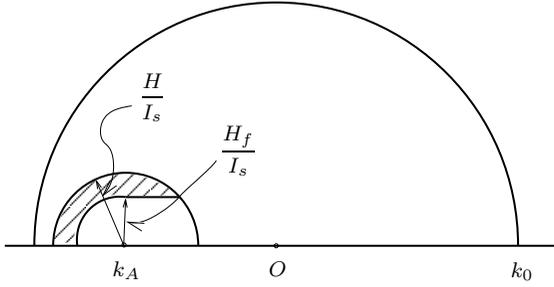


Рис. 5.8. Заштрихованная область соответствует «памяти» J_r нормальной остаточной намагниченности.

Оценим J_r в случае малых полей $H \ll k_A(T_0)I_s$. Как уже отмечалось в п. 2 второй главы, в указанном приближении $k_N \rightarrow k_A$, $\psi \rightarrow \pi$, то есть плотность распределения точек $f(k_N, \psi)/k_N$ на плоскости $[k_N, \psi]$ вблизи $k_N = k_A$ и $\psi = \pi$ можно считать постоянной и равной $f(k_A, \psi)/k_A$. Это позволяет рассчитать J_r следующим образом:

$$J_r = \frac{cI_s}{3} \frac{f(k_A, \psi)}{k_A} S, \quad (5.49)$$

где

$$S = \frac{\pi H^2}{2I_s^2} \left\{ 1 - \frac{1}{\pi} \arcsin\left(\frac{H_f}{H}\right) - \frac{1}{2} \left(\frac{H_f}{H}\right)^2 - \frac{H_f}{\pi H} \sqrt{1 - \left(\frac{H_f}{H}\right)^2} \right\}$$

— площадь заштрихованной области на диаграмме $[k_N, \psi]$.

Используя (5.49), построим отношение «памяти» J_r к величине нормальной остаточной намагниченности, измеренной при температуре T_0 , через время t' после выключения поля:

$$\alpha_r = \frac{J_r}{I_r(H)} = \frac{1 - \frac{1}{\pi} \arcsin\left(\frac{H_f}{H}\right) - \frac{1}{2} \left(\frac{H_f}{H}\right)^2 - \frac{H_f}{\pi H} \sqrt{1 - \left(\frac{H_f}{H}\right)^2}}{1 - \left(\frac{H_f}{H}\right)^2}. \quad (5.50)$$

Из (5.50) следует, что α_r меняется от $\alpha_r \approx 1$ при $H_f \ll H$ до $\alpha_r = 0$ при $H_f < H$, что качественно согласуется с результатами работы [57].

Составить аналогичное отношение для переходной термоостаточной намагниченности $I_{r, T_{k_A=0, H}}^{T_0}$ несложно. В случае малых полей, с учётом

(5.43) и (5.47), оно имеет вид

$$\alpha_{\text{TTRM}} = 1 - \frac{H_f (\pi + 2 + \ln(2k_A(T_0)I_s / H_f))}{H (\pi + 2 + \ln(2k_A(T_0)I_s / H))}. \quad (5.51)$$

В зависимости от соотношения между H и $H_f(t')$ α_{TTRM} может меняться от нуля до единицы.

Резюмируя результаты этого параграфа отметим следующее:

1. Возникновение переходной термоостаточной намагниченности в системе однодоменных зёрен можно объяснить переходом через минимум критических полей частиц с $\alpha > \pi/4$.

2. Распределение частиц по анизотропии формы k_N углу α между длинной осью эллипсоида и осью, выделяемой преимущественным типом анизотропии, приводит к спектру температур T_{\min} (T_{\min} соответствует минимуму критического поля H_0). Причём, в случае $\frac{1}{I_s} \frac{\partial I_s}{\partial T} \ll \frac{1}{k_A} \frac{\partial k_A}{\partial T}$, $H_{0\min} = k_N \sin 2\alpha$ при $k_A(T_{\min}) = -k_N \cos 2\alpha$.

3. С помощью диаграммы $[k_N, \psi]$ можно наглядно отобразить и оценить как переходную термоостаточную намагниченность, так и «память» различных видов остаточной намагниченности.

4. В малых полях $H \ll k_A I_s$ переходная термоостаточная намагниченность практически пропорциональна напряжённости магнитного поля.

5. В зависимости от соотношения между полем флуктуаций H_f и внешним H отношение «памяти» остаточной намагниченности к величине этой намагниченности может принимать значения от 0 до 1.

5.5. Различные виды пьезоостаточной намагниченности

Рассмотрим ансамбль однодоменных невзаимодействующих частиц одноосного ферромагнетика, имеющих форму вытянутых эллипсоидов вращения. Если напряжения параллельны плоскости, проходящей через длинную ось эллипсоида и ось, выделенную кристаллографической анизотропией, составляя с последней угол β (плоскость (k_A, k_N)), то согласно п. 2.2, максимальное критическое поле H_0 таких частиц, т. е. поле, необходимое для переброса магнитного момента зерна из состояния «против поля» в состояние «по полю», можно привести к виду

$$H_0 = I_s \sqrt{K_1^2 + k_N^2 + 2k_N K_1 \cos(\psi - \psi_0)}, \quad (5.52)$$

где

$$\psi_0 = \arctg \frac{\lambda_4 \sigma \sin 2\beta}{k_A + (\lambda_1 + \lambda_2)\sigma + (\lambda_1 - \lambda_2)\sigma \cos 2\beta},$$

$$K_1 = \sqrt{[k_A + (\lambda_1 + \lambda_2)\sigma + (\lambda_1 - \lambda_2)\sigma \cos 2\beta]^2 + [\lambda_4\sigma \sin 2\beta]^2}$$

и

$$H_0 = I_s \sqrt{(k_A - k_\sigma)^2 + k_N^2 + 2k_N(k_A - k_\sigma) \cos \psi}, \quad (5.53)$$

где $k_\sigma = 2\lambda_3\sigma$, если напряжения перпендикулярны плоскости (k_A, k_N) . Здесь ψ_0 — удвоенный угол между осью, выделяемой кристаллографической анизотропией k_A и «эффективной осью», которая определяется «конкурентной» кристаллографической анизотропией с одноосными механическими напряжениями.

Несмотря на то, что напряжения меняют ориентацию «эффективных осей», будем считать, что оси 1/3 частиц параллельны приложенному полю H , оси остальных — перпендикулярны H . Такое упрощение обосновано тем, что при оценке остаточной намагниченности мы будем пользоваться формулами (5.52), (5.53), так что любое изменение положения «эффективной оси» относительно поля H может привести лишь к уменьшению критического поля (см. (2.9)).

Если напряжения параллельны плоскости (k_A, k_N) , то линией постоянного критического поля на диаграмме $[k_N, \psi]$ является окружность радиуса H_0/I_s с центром в точке $k_N = K_1$ и $\psi = \psi_0 + \pi$, причём $\psi_0 > 0$ при $\lambda_4\sigma > 0$ и $\psi_0 < 0$ при $\lambda_4\sigma < 0$. В случае, когда напряжения перпендикулярны плоскости (k_A, k_N) , линия $H_0 = \text{const}$ — окружность радиуса H_0/I_s с центром в точке $k_N = k_A + k_\sigma$, $\psi = \pi$. Отметим, что в отличие от обычно используемого варианта диаграммы $[k_N, \psi]$ ($0 \leq k_N \leq k_0$, $0 \leq \psi \leq \pi$) в данном разделе мы будем пользоваться диаграммой, на которой изображающие точки распределяются по всей плоскости ($0 \leq k_N \leq k_0$, $0 \leq \psi \leq 2\pi$). Это связано с тем, что механические напряжения приводят к различным изменениям критических полей частиц с углами α и $\pi - \alpha$, в то время как при $\sigma = 0$ критические поля таких частиц совпадают. Именно это совпадение и позволило нам в п. 5.1 ограничиться верхней полуплоскостью диаграммы $[k_N, \psi]$ ($0 \leq k_N \leq k_0$, $0 \leq \psi \leq \pi$).

В приближении малых полей и напряжений ($H \ll k_A I_s$, $k_\sigma \ll k_A$), используя диаграмму $[k_N, \psi]$, можно сравнительно просто оценить различные виды пьезоостаточной намагниченности системы однодоменных частиц. Действительно, в указанном выше приближении в процесс намагничивания вовлекаются частицы с $k_N \approx K_1$ ($k_N \approx k_A \pm k_\sigma$) и $\psi \approx \psi_0 + \pi$ ($\psi \approx \pi$), если напряжения параллельны (перпендикулярны плоскости (k_A, k_N)), так что плотность изображающих точек, соответствующих ча-

стицам с заданными k_A и ψ , можно считать постоянной:

$$\phi(k_N, \psi) = \begin{cases} \frac{N}{6\pi k_0 K_1}, & \text{если напряжения параллельны} \\ & \text{плоскости } (k_A, k_N), \\ \frac{N}{6\pi k_0 (k_A \pm k_\sigma)}, & \text{если напряжения перпендикуляр-} \\ & \text{ны плоскости } (k_A, k_N). \end{cases} \quad (5.54)$$

В этом случае оценка величины намагниченности сводится к вычислению площади той области диаграммы, для изображающих точек которой в процессе изменения напряжений выполняется условие $H_0 \leq H$. Нетрудно понять, что форма и величина этой области зависят от последовательности приложения и снятия напряжений и поля. Так, например, намагниченность, возникающая при наличии одноосного механического воздействия, параллельного полю H (согласно обозначениям Нагаты [113], $I_r^{\parallel}(\sigma_+ H_+ H_0 \sigma_0)$), независимо от знака напряжений (см. рис. 5.9) определяется площадью диаграммы $[k_N, \psi]$:

$$S_{k_N, \psi} = \pi \frac{H^2}{I_s^2}. \quad (5.55)$$

Если же напряжения прикладываются и убираются в присутствии поля H в намагниченность $I_r^{\parallel}(H_+ \sigma_+ \sigma_0 H_0)$ дадут вклад частицы, изображающие точки которых попали в заштрихованную область (см. рис. 5.10). Площадь этой области равна

$$S_{k_N, \psi} = \frac{\pi H^2}{I_s^2} + \frac{K_1 \sin \psi_0}{\sin \alpha_0}, \quad (5.56)$$

здесь угол α_0 определяется следующим соотношением:

$$\alpha_0 = \operatorname{arctg} \frac{\lambda_4 \sigma \sin 2\beta}{\lambda_1 + \lambda_2 + (\lambda_1 - \lambda_2) \cos 2\beta}. \quad (5.57)$$

Используя (5.52) и (5.57), выражение (5.56) можно преобразовать к следующему виду:

$$S_{k_N, \psi} = \frac{\pi H^2}{I_s^2} + \frac{2H\sigma}{I_s} \{ (\lambda_1 + \lambda_2)^2 + \lambda_4^2 + 2(\lambda_1^2 - \lambda_2^2) \cos 2\beta + \\ + [\lambda_1^2 + \lambda_2^2 - \lambda_4^2] \cos^2 2\beta \}^{1/2}. \quad (5.58)$$

Из (5.54) и (5.58) следует, что величина $S_{k_N, \psi}$, а также плотность распределения точек на диаграмме $[k_N, \psi]$ зависят от угла β между напряжениями и осью, выделяемой кристаллографической анизотропией. Поэтому

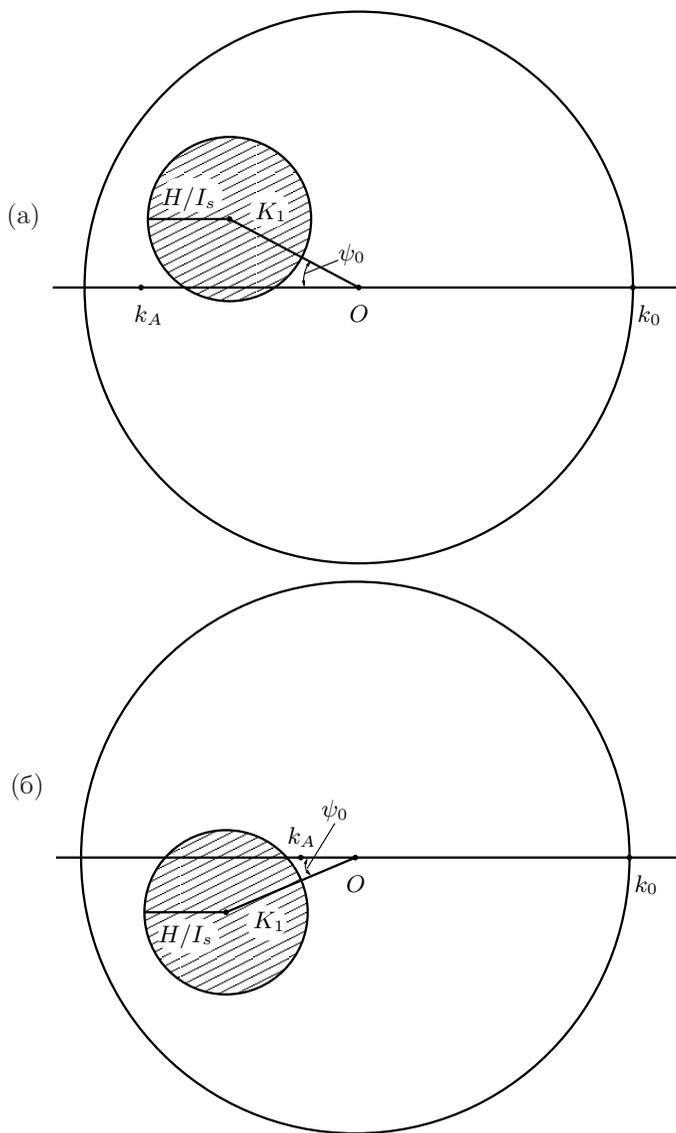


Рис. 5.9. Заштрихованные области соответствуют остаточной намагниченности $I_r^{\parallel}(\sigma_+ H_+ H_0 \sigma_0)$, возникающей при наличии сжимающих (а) или растягивающих (б) одноосных напряжений.

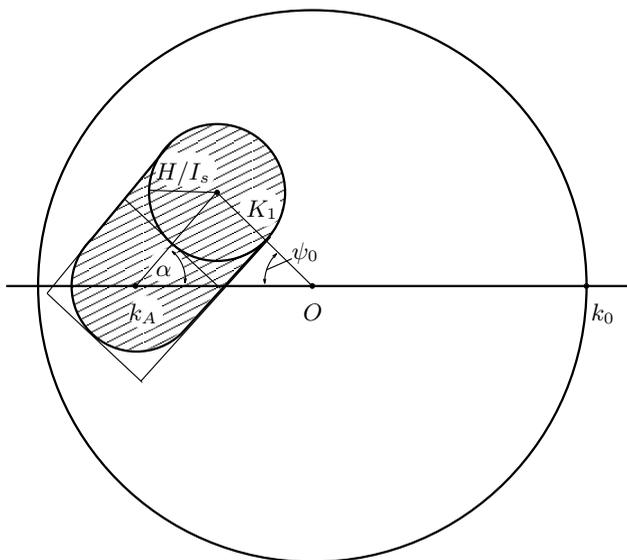


Рис. 5.10. Заштрихованная область соответствует пьезостаточной намагниченности $I_r^{\parallel}(H_+ \sigma_+ \sigma_0 H_0)$.

при оценке того или иного вида пьезостаточной намагниченности необходимо провести усреднение по β :

$$I_r^{\parallel}(H, \sigma) = \frac{I_s v}{V} \int_0^{\pi} \phi(k_N, \psi) S_{k_N, \psi} \varphi(\beta) d\beta, \quad (5.59)$$

где $\varphi(\beta)$ — функция распределения по β , которую при хаотическом распределении «осей k_A » можно считать равномерной:

$$\varphi(\beta) = \begin{cases} 1/\pi & \text{при } 0 \leq \beta \leq \pi, \\ 0 & \text{при } \pi < \beta < 2\pi. \end{cases}$$

Подставив $\varphi(\beta)$ в (5.59) и учитывая, что $K_1(\beta) = K_1(\pi - \beta)$ и $S_{k_N, \psi}(\beta) = S_{k_N, \psi}(\pi - \beta)$, приходим к следующему выражению для остаточной намагниченности:

$$I_r^{\parallel}(H, \sigma) = \frac{c I_s}{3\pi^2 k_0} \int_0^{\pi/2} \frac{S_{k_N, \psi}(\beta)}{K_1(\beta)} d\beta. \quad (5.60)$$

Так, например, пьезостаточная намагниченность, которая образуется

при наличии одноосных сжимающих напряжений, равна

$$I_{r+}^{\parallel}(\sigma_+ H_+ H_0 \sigma_0) = \frac{cI_s}{3\pi^2 k_0} \int_0^{\pi/2} \frac{\pi H^2}{I_s^2 k_A} \left[1 + \frac{(\lambda_1 + \lambda_2)\sigma + (\lambda_1 - \lambda_2)\sigma \cos 2\beta}{k_A} \right] d\beta. \quad (5.61)$$

Здесь мы воспользовались малостью напряжений ($\lambda_i \sigma \ll k_A$), заменив $1/K_1$ на

$$\frac{1}{k_A} \left[1 + \frac{(\lambda_1 + \lambda_2)\sigma + (\lambda_1 - \lambda_2)\sigma \cos 2\beta}{k_A} \right].$$

После интегрирования в (5.61) приходим к следующему результату:

$$I_{r+}^{\parallel}(\sigma_+ H_+ H_0 \sigma_0) = I_r(H) \left[1 + \frac{(\lambda_1 + \lambda_2)\sigma}{k_A} \right], \quad (5.62)$$

где $I_r(H) = cH^2 / (6k_0 k_A I_s)$ — нормальная остаточная намагниченность, возникшая в малых полях ($H \ll k_A I_s$) (см. (5.8)).

Для оценки пьезоостаточной намагниченности, возникшей при наличии растягивающих напряжений $I_{r-}^{\parallel}(\sigma_+ H_+ H_0 \sigma_0)$, можно воспользоваться формулой (5.62), заменив в ней σ на $-\sigma$:

$$I_{r-}^{\parallel}(\sigma_+ H_+ H_0 \sigma_0) = I_r(H) \left[1 - \frac{(\lambda_1 + \lambda_2)\sigma}{k_A} \right]. \quad (5.63)$$

Если напряжения прикладываются и снимаются в присутствии поля H , то механизм образования пьезоостаточной намагниченности аналогичен механизму возникновения переходной термоостаточной намагниченности (см. раздел 5.4). Напряжения, так же как и температура, могут привести к понижению критического поля некоторых частиц. Если в ходе изменения напряжений $H_0(\sigma)$ станет меньше приложенного поля H , то магнитные моменты зёрен, ориентированные «против» поля, станут «по полю», и частицы с $H_0(\sigma) \leq H$ дадут вклад в остаточную намагниченность $I_r^{\parallel}(H_+ \sigma_+ \sigma_0 H_0)$. В приближении малых полей и напряжений ($H \ll k_A I_s$, $\lambda_i \sigma \ll k_A$)

$$I_{r+}^{\parallel}(H_+ \sigma_+ \sigma_0 H_0) = I_r(H) \left[1 + \frac{(\lambda_1 + \lambda_2)\sigma}{k_A} \right] + \frac{c\Lambda\sigma H}{3\pi k_0 k_A} \quad (5.64)$$

при сжимающих одноосных напряжениях и

$$I_{r-}^{\parallel}(H_+ \sigma_+ \sigma_0 H_0) = I_r(H) \left[1 - \frac{(\lambda_1 + \lambda_2)\sigma}{k_A} \right] + \frac{c\Lambda\sigma H}{3\pi k_0 k_A}, \quad (5.65)$$

если напряжения растягивающие. В формулах (5.64), (5.65) Λ — эффективная константа магнитострикции одноосного кристалла. Она выражается через $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_4$ следующим образом:

$$\Lambda = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \sqrt{(\lambda_1 + \lambda_2)^2 + \lambda_4^2 + 2(\lambda_1^2 - \lambda_2^2) \cos 2\beta + [\lambda_1^2 + \lambda_2^2 - \lambda_4^2] \cos^2 2\beta} d\beta. \quad (5.66)$$

К сожалению, интеграл (5.66) нельзя представить в элементарных функциях, однако в некоторых частных случаях Λ можно оценить. Так, например, при $\lambda_1 \gg \lambda_2, \lambda_4 - \Lambda = \lambda_1$, при $\lambda_2 \gg \lambda_1, \lambda_4 - \Lambda = \lambda_2$, при $\lambda_4 \gg \lambda_1, \lambda_2 - \Lambda = \lambda_4$, если $\lambda_1 \approx \lambda_2 \neq \lambda_4$, то

$$\Lambda = \frac{2\lambda_4}{\pi p} - E\left(\frac{\pi}{2}, p\right),$$

где $p = \frac{\lambda_4}{\sqrt{(\lambda_1 + \lambda_2)^2 + \lambda_4^2}}$, $E\left(\frac{\pi}{2}, p\right)$ — полный эллиптический интеграл второго рода.

Соотношения (5.64), (5.65) могут быть получены следующим образом: область диаграммы $[k_N, \psi]$, куда попали изображающие точки частиц, определяющих $I_r^\parallel(H_+ \sigma_+ \sigma_0 H_0)$, разбивается на две части (см. рис. 5.10), площади которых равны соответственно

$$\frac{\pi H^2}{I_s^2}; \quad \frac{2H\sigma}{I_s} \sqrt{(\lambda_1 + \lambda_2)^2 + \lambda_4^2 + 2(\lambda_1^2 - \lambda_2^2) \cos 2\beta + [\lambda_1^2 + \lambda_2^2 - \lambda_4^2] \cos^2 2\beta}.$$

Принимая, что изображающие точки распределяются в первой области с плотностью $\phi(k_N, \psi) = N / (6\pi k_0 K_1)$, а во второй — с плотностью $\phi(k_N, \psi) = N / (6\pi k_0 k_A)$, и усредняя по β , приходим к выражениям для $I_r^\parallel(H_+ \sigma_+ \sigma_0 H_0)$. Отметим, что при $H \ll \Lambda \sigma$ пьезоостаточная намагниченность $I_r^\parallel(H_+ \sigma_+ \sigma_0 H_0)$ пропорциональна полю H и напряжениям σ независимо от знака напряжений

$$I_{r+}^\parallel(H_+ \sigma_+ \sigma_0 H_0) = I_{r-}^\parallel(H_+ \sigma_+ \sigma_0 H_0) = \frac{c\Lambda\sigma H}{3\pi k_0 k_A}. \quad (5.67)$$

Оценить влияние одноосных механических напряжений, приложенных перпендикулярно полю, на процесс возникновения пьезоостаточной намагниченности не сложно, если обратить внимание на то, что напряжения приводят к смещению центра линии постоянного критического поля на диаграмме $[k_N, \psi]$ вдоль направления $\psi = \pi$ на величину $\pm k_\sigma$ относительно точки $k_N = k_A$ (знак плюс соответствует сжимающим, минус — растягивающим напряжениям). Таким образом, для расчёта $I_{r\pm}^\perp(\sigma_+ H_+ H_0 \sigma_0)$

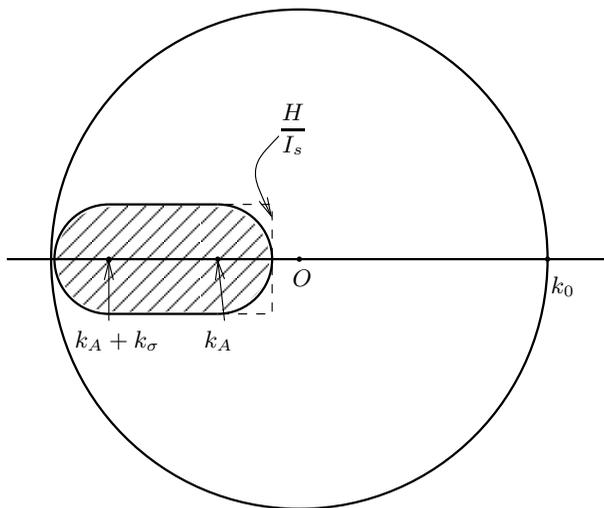


Рис. 5.11. Заштрихованная область соответствует пьезоостаточной намагниченности $I_r^\perp(H_+\sigma_+\sigma_0H_0)$. Пунктиром обозначена область, используемая для приближенного расчёта.

можно пользоваться выражением для нормальной остаточной намагниченности $I_r(H)$, заменив k_A на $k_A \pm k_\sigma$.

Так, например, при $H \ll k_A I_s$, $k_\sigma \ll k_A$:

$$I_{r+}^\perp(\sigma_+H_+H_0\sigma_0) = \frac{cH^2}{6k_0(k_A + k_\sigma)I_s} = I_r(H) \left(1 - \frac{k_\sigma}{k_A}\right), \quad (5.68)$$

$$I_{r-}^\perp(\sigma_+H_+H_0\sigma_0) = \frac{cH^2}{6k_0(k_A - k_\sigma)I_s} = I_r(H) \left(1 + \frac{k_\sigma}{k_A}\right). \quad (5.69)$$

Если напряжения прикладываются и снимаются в присутствии поля H , то возникает пьезоостаточная намагниченность $I_r^\perp(H_+\sigma_+\sigma_0H_0)$, механизм образования которой аналогичен рассмотренному выше механизму образования $I_r^\parallel(H_+\sigma_+\sigma_0H_0)$. В приближении слабых полей и напряжений ($H \ll k_A I_s$, $k_\sigma \ll k_A$) $I_r^\perp(H_+\sigma_+\sigma_0H_0)$ имеет вид

$$I_{r+}^\perp(H_+\sigma_+\sigma_0H_0) = I_r(H) \left(1 - \frac{k_\sigma}{k_A}\right) + \frac{ck_\sigma}{3\pi k_0 k_A}, \quad (5.70)$$

$$I_{r-}^\perp(H_+\sigma_+\sigma_0H_0) = I_r(H) \left(1 + \frac{k_\sigma}{k_A}\right) + \frac{ck_\sigma}{3\pi k_0 k_A}. \quad (5.71)$$

Соотношения (5.70), (5.71) нетрудно получить, если воспользоваться диаграммой $[k_N, \psi]$ (см. рис. 5.11). Например, намагниченность

$$I_{r+}^{\perp}(H_+\sigma_+\sigma_0H_0) = \frac{cH^2}{6k_0(k_A + k_{\sigma})I_s} + \int \frac{cI_s}{3\pi k_0 k_A} k_N dk_N d\psi; \quad (5.72)$$

интеграл в (5.72) берётся по площади прямоугольника высотой H/I_s и длиной k_{σ} . Учитывая, что $H \ll k_A I_s$ и $k_{\sigma} \ll k_A$, заменим $d\psi = H/(k_N I_s)$. После интегрирования по k_N от k_A до $k_A + k_{\sigma}$ выражение (5.72) переходит в (5.70). Аналогично оценивается намагниченность $I_{r-}^{\perp}(H_+\sigma_+\sigma_0H_0)$.

Из формул (5.70), (5.71) следует, что в случае $H \ll k_{\sigma} I_s$, пьезоостаточная намагниченность $I_{r+}^{\perp}(H_+\sigma_+\sigma_0H_0)$, так же как и $I_r^{\parallel}(H_+\sigma_+\sigma_0H_0)$, пропорциональна полю H и напряжениям σ :

$$I_{r+}^{\perp}(H_+\sigma_+\sigma_0H_0) = I_{r-}^{\perp}(H_+\sigma_+\sigma_0H_0) = \frac{ck_{\sigma}}{3\pi k_0 k_A} H. \quad (5.73)$$

Кроме обсуждавшихся выше типов пьезоостаточной намагниченности можно рассмотреть ещё три [113, 114]:

$$I_r(H_+\sigma_+H_0\sigma_0); I_r(\sigma_+H_+\sigma_0H_0); I_r(\sigma_+\sigma_0H_+H_0).$$

Пренебрежение самопроизвольным размагничиванием ко времени измерения t' и остаточной деформацией зерна должно привести к равенствам:

$$I_r(H_+\sigma_+\sigma_0H_0) = I_r(H_+\sigma_+H_0\sigma_0) = I_r(\sigma_+H_+\sigma_0H_0), \quad (5.74)$$

$$I_r(H) = I_r(\sigma_+\sigma_0H_+H_0). \quad (5.75)$$

Действительно, частицы, время релаксации которых $\tau < t'$, вклада в остаточную намагниченность не дадут, так как для них поле флуктуаций $H_f(t') = (k_B T / I_s v) \ln f_0 t'$ [39] больше критического — $H_0 < H_f(t')$. Величина разрушенной части намагниченности зависит от последовательности приложения и снятия поля H и напряжений σ . Из $I_r(\sigma_+H_+\sigma_0H_0)$ и $I_r(H_+\sigma_+\sigma_0H_0)$ выпадает намагниченность, равная нормальной остаточной, образованной в поле $H = H_f(t')$; $I_r\{H_f(t')\}$; из $I_r(H_+\sigma_+\sigma_0\sigma_0)$ — намагниченность, равная $I_r(H_f+\sigma_+\sigma_0H_{f0})$. А так как $I_r\{H_f(t')\} < I_r(H_f+\sigma_+\sigma_0H_{f0})$, то

$$I_r(H_+\sigma_+\sigma_0H_0) = I_r(\sigma_+H_+\sigma_0H_0) > I_r(H_+\sigma_+H_0\sigma_0). \quad (5.76)$$

Пластические деформации зерна могут привести к уменьшению $I_r(\sigma_+H_+\sigma_0H_0)$, не изменяя $I_r(H_+\sigma_+\sigma_0H_0)$ и $I_r(H_+\sigma_+H_0\sigma_0)$, причём в

зависимости от величины остаточных напряжений $\bar{\sigma}$ и поля флуктуаций $H_f(t')$ $I_r(\sigma_+ H_+ \sigma_0 H_0)$ может быть как больше, так и меньше $I_r(H_+ \sigma_+ H_0 \sigma_0)$.

Наличие пластических деформаций должно привести к изменению соотношения (5.75). Это связано с тем, что остаточные напряжения $\bar{\sigma}$, возникшие при пластической деформации зерна, изменят критическое поле H_0 (H_0 определится формулами (5.52), (5.53) после замены в них σ на $\bar{\sigma}$). Следовательно, механизм образования $I_r(\sigma_+ \sigma_0 H_+ H_0)$ должен быть таким же, как и $I_r(\sigma_+ H_+ H_0 \sigma_0)$, с той разницей, что $I_r(\sigma_+ \sigma_0 H_+ H_0)$ образуется в поле остаточных напряжений $\bar{\sigma}$. Если принять, что для всех частиц $\bar{\sigma}$ одинаково, то оценить величину $I_r(\sigma_+ \sigma_0 H_+ H_0)$ можно с помощью выражений (5.62), (5.63), заменив в них σ на $\bar{\sigma}$.

Разрушение остаточной намагниченности напряжениями $I_r(H_+ H_0 \sigma_+ \sigma_0)$ происходит так же, как и $I_r(H_+ \sigma_+ H_0 \sigma_0)$, т. е. при наложении и снятии напряжений разрушается намагниченность, равная $I_r(H_f + \sigma_+ \sigma_0 H_f)$.

Перечисленные выше свойства различных видов пьезоостаточной намагниченности выполняются независимо от знака и ориентации их относительно поля H .

Резюмируя результаты данного раздела, отметим следующее: из различных видов пьезоостаточной намагниченности системы однодоменных частиц можно выделить два основных, различающихся по механизму образования: $I_r(\sigma_+ H_+ H_0 \sigma_0)$ — остаточную намагниченность, возникшую при наличии механических напряжений, и $I_r(H_+ \sigma_+ \sigma_0 H_0)$ — образующаяся в ходе изменения σ . Обсудим подробнее свойства этих видов намагниченности.

1. Из соотношений (5.62), (5.63), (5.68), (5.69) следует, что напряжения независимо от их ориентации по отношению к полю H , не меняя закона квадратичности в малых полях ($I_r(\sigma_+ H_+ H_0 \sigma_0) \sim H^2$), влияют на скорость роста $I_r(\sigma_+ H_+ H_0 \sigma_0)$. Причём сжимающие напряжения, параллельные магнитному полю, приводят к увеличению, а растягивающие — к уменьшению скорости роста в $[1 + (\lambda_1 + \lambda_2)\sigma/k_A]$ и $[1 - (\lambda_1 + \lambda_2)\sigma/k_A]$ раз соответственно. Действие напряжений, перпендикулярных полю H , приводит к уменьшению скорости роста $I_r^\perp(\sigma_+ H_+ H_0 \sigma_0)$ при сжатии в $[1 - k_\sigma/k_A]$ раз и её увеличению в $[1 + k_\sigma/k_A]$ раз при растяжении.

2. Отношение приращений остаточных намагниченностей

$$\Delta I_r^\parallel(\sigma_+ H_+ H_0 \sigma_0) = |I_r(\sigma_+ H_+ H_0 \sigma_0) - I_r(H)|,$$

вызванных параллельными и перпендикулярными по отношению к полю

H воздействиями, определяется отношением констант магнитострикции

$$\frac{I_{r\pm}^{\parallel}(\sigma_+ H_+ H_0 \sigma_0)}{I_{r\pm}^{\perp}(\sigma_+ H_+ H_0 \sigma_0)} = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2\lambda_3}. \quad (5.77)$$

3. В полях $H \ll \lambda_i \sigma I_s$ намагниченность $I_r^{\parallel}(H_+ \sigma_+ \sigma_0 H_0)$ так же, как и $I_r^{\perp}(H_+ \sigma_+ \sigma_0 H_0)$, пропорциональна полю H и напряжениям σ , причём отношение

$$\frac{I_{r\pm}^{\parallel}(H_+ \sigma_+ \sigma_0 H_0)}{I_{r\pm}^{\perp}(H_+ \sigma_+ \sigma_0 H_0)} = \frac{\Lambda}{2\lambda_3} \quad (5.78)$$

может быть как больше, так и меньше единицы, в частности если магнитострикция однородна $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4$, то $\Lambda / (2\lambda_3) = 1.1$.

4. В другом предельном случае $\lambda_i \sigma I_s \ll H \ll k_A I_s$ намагниченность $I_r(H_+ \sigma_+ \sigma_0 H_0)$ совпадает с $I_r(\sigma_+ H_+ H_0 \sigma_0)$ независимо от знака и ориентации напряжений.

В заключение отметим, что перечисленные свойства различных видов пьезоостаточной намагниченности системы однодоменных частиц качественно не отличается от свойств, установленных экспериментально для многодоменных [112–114], а также однодоменных [41] зёрен.

5.6. Влияние наведённой анизотропии на остаточную намагниченность и начальную восприимчивость системы однодоменных частиц

Для оценки влияния наведённой анизотропии на намагниченность ансамбля однодоменных частиц воспользуемся соотношениями (2.6) и (2.9), полагая, что преимущественными видами магнитной анизотропии являются одноосная кристаллографическая (k_A) и наведённая (k_u).

Следуя данному выше определению критического поля, нетрудно понять, что из всей совокупности N невзаимодействующих частиц необратимый поворот магнитного момента реализуется лишь для тех зёрен, критические поля которых меньше внешнего поля \mathbf{H} ($H_0 \leq H$), а магнитные моменты \mathbf{m} составляют с вектором \mathbf{H} тупой угол ($-1 \leq \cos(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{H}}) < 0$). Согласно формуле (2.9), условию $H_0 \leq H$ удовлетворяют зёрна, эффективные оси которых образуют с полем угол θ , лежащий в пределах

$\pi + \tilde{\theta} \leq \theta \leq 3\pi/2 - \tilde{\theta}$, где угол $\tilde{\theta}$ имеет вид

$$\tilde{\theta} = \frac{1}{2} \arcsin \left\{ \frac{2H}{KI_s} \left[\frac{(KI_s/H)^2 - 1}{3} \right]^{3/2} \right\}, \quad (5.79)$$

здесь K определяется соотношением (2.7), в котором необходимо заменить k_N на k_u .

Таким образом, проекция вектора остаточной намагниченности на произвольное направление \mathbf{l} определяется следующим интегралом:

$$I_{rl}(H, k_u) = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{\tilde{\theta}}^{\pi/2 - \tilde{\theta}} \frac{1}{2V} N 2m \cos p F(\theta, \varphi) d\theta d\varphi, \quad (5.80)$$

здесь V — объём, занимаемый системой, p — угол между магнитным моментом \mathbf{m} и направлением \mathbf{l} , $F(\theta, \varphi)$ — функция распределения эффективных осей относительно магнитного поля \mathbf{H} .

Рассмотрим частный случай поставленной задачи — оценим проекцию намагниченности $I_r^{\parallel}(H, k_u)$ на направление поля \mathbf{H} , параллельного оси выделяемой слабой наведённой анизотропией ($k_u \ll k_A$). В этом приближении согласно (2.8) $\delta = k_u \sin 2\alpha / (2k_A)$, а эффективная ось ориентируется относительно «оси k_u » под углом

$$\theta = \alpha - \delta = \alpha - \frac{k_u}{2k_A} \sin 2\alpha. \quad (5.81)$$

При известном распределении по α функция распределения $F(\theta, \varphi)$ может быть найдена следующим образом [162]:

$$F(\theta, \varphi) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} f(\alpha, \beta) \delta[\theta - Y(\alpha)] \delta[\varphi - z(\beta)] d\alpha d\beta, \quad (5.82)$$

где α и β — полярный и азимутальный углы, определяющие положение оси кристаллографической анизотропии относительно «оси k_u », $Y(\alpha)$ — задаётся соотношением (5.81), $z(\beta) = \beta$. Заменяя переменные $\alpha \rightarrow Y$, $\beta \rightarrow z$

$$\begin{cases} \alpha = Y + \frac{k_u}{2k_A} \sin 2Y, \\ \beta = z, \end{cases} \quad (5.83)$$

а также считая распределение по α и β хаотическим $f(\alpha, \beta) = \frac{1}{4\pi} \sin \alpha$,

приходим к выражению, которое определяет функцию анизотропного распределения «лёгких осей» относительно оси наведённой анизотропии:

$$F(\theta, \varphi) = \frac{\sin \theta}{4\pi} \left[1 + \frac{k_u}{k_A} (3 \cos^2 \theta - 1) \right]. \quad (5.84)$$

Используя (5.84), несложно оценить $I_r^{\parallel}(H, k_u)$

$$I_r^{\parallel}(H, k_u) = I_r(H, k_u) \left(1 + \frac{k_u}{2k_A} \right). \quad (5.85)$$

Здесь

$$I_r(H, k_u) = \begin{cases} 0, & H \leq k_A I_s / 2, \\ c I_s / 2 \cos 2\tilde{\theta}, & \\ c I_s / 2, & H \geq k_A I_s \end{cases}$$

— остаточная намагниченность, не зависящая от ориентации «оси k_u »,

$$\sin 2\tilde{\theta} = \sin 2\tilde{\theta}_0 \left[1 - \frac{k_u}{k_A} \left(\frac{2+x^2}{1-x^2} \right) \cos 2\theta_0 \right], \quad (5.86)$$

$$\sin 2\tilde{\theta}_0 = \frac{2}{x^2} \left[\frac{1-x^2}{3} \right]^{\frac{3}{2}}, \quad x = \frac{H}{k_A I_s}.$$

Соотношения (5.86), определяющие предельный угол $\tilde{\theta}$, являются решением (5.79) в приближении $k_u \ll k_A$ ($\alpha = \theta + (k_u / (2k_A)) \sin 2\theta$; $K = k_A + k_u \cos 2\theta$). Расчёт влияния наведённой анизотропии на остаточную намагниченность в случае несовпадения направления поля \mathbf{H} с «осью k_u » проводится аналогичным образом.

Для оценки проекции намагниченности $I_{rl}(H, k_u)$ на произвольное направление \mathbf{l} рассмотрим сферическую систему координат, полярная ось которой совпадает с вектором внешнего поля \mathbf{H} . Если θ' и φ' ; ω и ε ; ψ и ξ — полярные и азимутальные углы, определяющие положения «эффективной оси», «оси k_u » и единичного вектора \mathbf{l} соответственно, то в выбранной системе координат

$$F(\theta', \varphi') = \frac{\sin \theta'}{4\pi} \left[1 + \frac{k_u}{k_A} (3 \cos^2 \theta - 1) \right], \quad (5.87)$$

где $\cos \theta = \cos \theta' \cos \omega + \sin \theta' \sin \omega \cos(\varphi' - \varepsilon)$,

$$\cos p = \cos \theta' \cos \psi + \sin \theta' \sin \psi \cos(\varphi' - \xi). \quad (5.88)$$

Соотношение (5.87) может быть получено следующим образом: так как при повороте сферической системы координат элемент сферической поверхности единичного радиуса в «старой» и «новой» системе одинаков $\sin \theta d\theta d\varphi = \sin \theta' d\theta' d\varphi'$, то при переходе в «новую» систему координат преобразуется лишь плотность распределения осей на единичной поверхности сферы $\frac{1}{4\pi} \left[1 + \frac{k_u}{k_A} (3 \cos^2 \theta - 1) \right]$.

Интегрирование (5.80) с учётом (5.87), (5.88), приводит к следующему выражению для остаточной намагниченности:

$$I_{rl}(H, k_u) = I_r(H, k_u) \left[1 + \frac{k_u}{2k_A} \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 \omega + \frac{3}{2} \sin 2\omega \operatorname{tg} \psi \cos(\varepsilon - \xi) \right) \right] \cos \psi. \quad (5.89)$$

Из (5.89) видно, что проекция намагниченности $I_r^\perp(H, k_u)$ на направление поля \mathbf{H} , приложенного перпендикулярно оси наведённой анизотропии

$$I_r^\perp(H, k_u) = I_r(H, k_u) \left(1 - \frac{k_u}{4k_A} \right) \quad (5.90)$$

меньше $I_r^\parallel(H, k_u)$.

Кроме того, как показывает исследование (5.89) на экстремум в направлении \mathbf{l} , определяемом углами

$$\xi_m = \varepsilon, \quad \psi_m = \frac{3k_u}{4k_A} \sin 2\omega \quad (5.91)$$

намагниченность $I_{rl}(H, k_u)$ достигает максимального значения

$$I_{rl}^{(\max)}(H, k_u) = I_r(H, k_u) \left(1 - \frac{k_u}{2k_A} \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 \omega \right) \right), \quad (5.92)$$

которое, в силу малости угла ψ , совпадает с проекцией намагниченности на направление поля \mathbf{H} ($I_{rl}(H, k_u, \psi = 0)$). Следовательно, наведённая анизотропия, ориентированная под углом к полю \mathbf{H} , приводит как к отклонению вектора остаточной намагниченности от направления выделяемого поля \mathbf{H} , так и к изменению его величины.

Для оценки начальной восприимчивости χ проведём расчёт индуктивной намагниченности $I(H)$, возникающей в малых полях $H \ll k_A I_s$. Образование этой намагниченности связано с отклонением магнитного момента каждого зерна от эффективной оси на угол γ , который можно оценить, минимизируя энергию

$$E = \frac{1}{2} K I_s^2 \sin^2 \gamma - H I_s \cos(\theta' - \gamma), \quad (5.93)$$

где первый член в (5.93) представляет суммарную энергию анизотропии (в приближении $k_u \ll k_A$, $K = k_A + k_u \cos 2\theta$), второй — энергию магнитного момента зерна во внешнем поле H . Учитывая малость H , получаем, что

$$\gamma = \frac{H \sin \theta'}{k_A I_s} \left(1 - \frac{k_u}{k_A \cos 2\theta} \right). \quad (5.94)$$

Дальнейший расчёт несложен: проекция вектора $\mathbf{I}(H)$ на направление \mathbf{l} равна

$$I_l(H, k_u) = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{Nm}{V} \cos p F(\theta', \varphi') d\theta' d\varphi', \quad (5.95)$$

где

$$\cos p = \cos(\theta' - \gamma) \cos \psi + \sin(\theta' - \gamma) \sin \psi \cos(\varphi' - \xi),$$

а $F(\theta', \varphi')$ задаётся соотношением (5.87) (полярная ось, так же как и при оценке остаточной намагничённости, выбирается параллельно полю \mathbf{H}).

Интегрируя (5.95), приходим к следующему выражению начальной восприимчивости $\chi_l = I_l/H$, измеряемой в направлении \mathbf{l} :

$$\chi_l = \chi_0 \left\{ 1 + \frac{k_u}{k_A} \left[\frac{1 + \sin^2 \omega}{5} + \sin 2\omega \operatorname{tg} \psi \cos(\varepsilon - \xi) \right] \right\} \cos \psi. \quad (5.96)$$

Здесь $\chi_0 = 2c/(3k_A)$ — «изотропная» начальная восприимчивость системы однодоменных невзаимодействующих частиц.

Таким образом, наведённая анизотропия приводит к увеличению начальной восприимчивости, причём восприимчивость χ^\parallel , измеряемая в направлении поля, приложенного параллельно «оси k_u » ($\psi = 0$, $\omega = 0$)

$$\chi^\parallel = \chi_0 \left(1 + \frac{k_u}{5k_A} \right), \quad (5.97)$$

меньше χ^\perp ($\psi = 0$, $\omega = \pi/2$)

$$\chi^\perp = \chi_0 \left(1 + \frac{2k_u}{5k_A} \right). \quad (5.98)$$

В том случае, когда магнитное поле ориентировано под углом оси наведённой анизотропии ($0 < \omega < \pi/2$), начальная восприимчивость достигает максимума

$$\chi_l^{(\max)} = \chi_0 \left(1 + \frac{k_u}{5k_A} (1 + \sin^2 \omega) \right) \quad (5.99)$$

в направлении

$$\xi_m = \varepsilon, \quad \psi_m = \frac{2k_u}{k_A} \sin 2\omega. \quad (5.100)$$

Подводя итоги параграфа, отметим:

1. Наведённая анизотропия приводит к анизотропии остаточной намагниченности и начальной восприимчивости системы однодоменных частиц.

2. Остаточная намагниченность, возникшая в поле параллельном оси наведённой анизотропии $I_r^{\parallel}(H, k_u)$, больше намагниченности $I_r^{\perp}(H, k_u)$, образованной в поле перпендикулярном этой оси, в отличие от начальной восприимчивости, для которой выполняется обратное соотношение $\chi^{\parallel} < \chi^{\perp}$.

3. Если магнитное поле приложено под углом $0 < \omega < \pi/2$ к оси наведённой анизотропии, то вектор намагниченности, как остаточной, так и индуктивной, ориентируется под углом к полю \mathbf{H} .

5.7. Гистерезисные характеристики многоосных частиц

В заключение главы исследуем в рамках разработанной нами модели (см. п. 4.1) магнитные свойства многоосных гомогенных частиц. Моделирование процесса намагничивания представляет собой следующий способ построения петли гистерезиса: при фиксированном значении внешнего магнитного поля \mathbf{H} в соответствии с процедурой, описанной в п. 4.1, находилась минимум полной энергии и соответствующий этому равновесному состоянию магнитный момент зерна. На следующем этапе внешнее магнитное поле изменялось на величину $\Delta H = 10$ Э и вновь находилась минимум энергии и магнитный момент, причём начальными условиями являлись θ_1, θ_2, p_1 и p_2 , полученные на предыдущем шаге.

Иллюстрация результатов моделирования процесса намагничивания зерна магнетита представлена на рис. 5.12. Здесь и далее, если не оговорено отдельно, направление внешнего поля задавалось вдоль «лёгкой оси» (см. рис. 4.5). Если значение поля, при котором намагниченность меняет знак, естественно назвать коэрцитивной силой H_c , то поля, соответствующие изломам на кривой намагничивания, являются критическими полями перестройки магнитной структуры H_k , причём H_c может не совпадать ни с одним из значений H_k .

Рассмотрим, например, перемагничивание кубической частицы с размером $a = 180$ нм. Предположим, что она была намагничена до насыщения в поле, составляющем угол 135° с осью Oz . При постепенном спаде поля до нуля частица остается в однородном состоянии. В поле $H_{k1} = 10$ Э (см. таб. 5.2) частица скачком переходит в двухдоменное состояние с проекцией момента $m = -0.21$ и находится в нем вплоть до $H_{k2} = 80$ Э, при котором реализуется переход из одного двухдоменного состояния в другое. Рост

магнитного момента m в интервалах между критическими полями H_k осуществляется за счёт плавного изменения направления намагниченностей в доменах и размеров доменов. В поле $H_{k3} = 260$ Э частица переходит в следующее двухдоменное состояние с проекцией момента $m = 0.43$, а затем при $H_{k4} = 480$ Э, совпадающем с полем насыщения H_{sat} , в состояние с однородной намагниченностью.

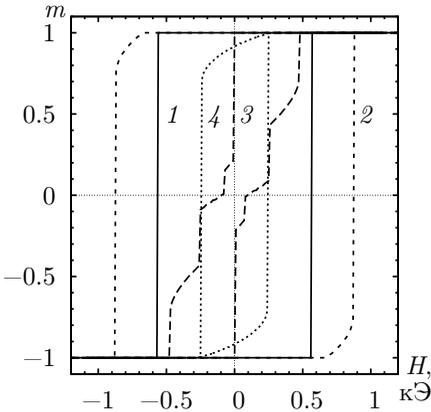


Рис. 5.12. Петли гистерезиса для частиц магнетита с вытянутостью $q = 1$ ($a = 60$ нм и $a = 180$ нм, кривые 1 и 3 соответственно), $q = 2$ ($a = 60$ нм и $a = 180$ нм, кривые 2 и 4). Здесь m — относительный магнитный момент.

форму петли гистерезиса, но и на положение критических точек: поля H_k (таб. 5.2), коэрцитивную силу H_c и поле насыщения H_{sat} (рис. 5.13 и 5.14). Отметим также немонотонность изменения H_c в зависимости от вытянутости зерна q . Качественно ход кривой $H_c(q)$ повторяет зависимость максимального размера квазиоднодоменного состояния a_{1m} от q , что, в конечном счёте, связано с отмеченным выше поведением эффективной константы анизотропии. Рост H_c при $q > 2$ определяется преимущественным вкладом анизотропии формы зерна.

Уменьшение коэрцитивной силы по мере роста размеров частиц связано с их переходом в неоднородное (квазиоднодоменное, двухдоменное) состояние. Усиление неоднородности распределения магнитного момента

Петля гистерезиса частиц, находящихся в устойчивом однородном или квазиоднодоменном состояниях ($a < \max(a_1, a_{0m})$, рис. 4.4), имеет прямоугольную либо близкую к ней форму (рис. 5.12, кривые 1, 2, 4).

Для зёрен, находящихся в двухдоменном либо метастабильном квазиоднодоменном состоянии ($\max(a_1, a_{0m}) < a < a_{1m}$, рис. 4.4), процесс намагничивания связан с переходом через промежуточные двухдоменные состояния (см. рис. 5.12, кривая 3). Перемагничивание частиц с размером $a > a_{1m}$ (устойчивое двухдоменное состояние) идёт практически обратимо и их коэрцитивность близка к нулю. Таким образом, процесс намагничивания малых зёрен существенно зависит от их магнитного состояния при $H = 0$.

Размеры зёрен и их вытянутость существенно влияют не только на

Таблица 5.2. Критические поля H_k частиц магнетита в зависимости от размеров a и вытянутости q . Здесь $m_{\text{нач}}$ и $m_{\text{кон}}$ — проекции магнитного момента на направление H до и после перехода из одного магнитного состояния в другое.

a , нм	q	H_k , кЭ	$m_{\text{нач}}$	$m_{\text{кон}}$	a , нм	q	H_k , кЭ	$m_{\text{нач}}$	$m_{\text{кон}}$
60	1	0.57	-1	1	180	1	0.01	-1	-0.211
		0.32	-1	1			0.08	-0.156	-0.007
		0.49	-0.636	1			0.26	0.089	0.434
	0.63	-0.714	1	0.48			0.686	1	
	1.8	0.76	-0.753	1		1.2	-0.3	-0.996	-0.783
	2	0.88	-0.773	1			-0.1	-0.615	-0.274
	2.5	1.11	-0.853	1			-0.07	-0.245	-0.093
	3	1.29	-0.886	1			0.21	0.105	0.342
	5	1.71	-0.948	1			0.24	0.442	0.744
				0.53			0.938	1	
100	1	0.41	-1	1		1.4	0.01	-0.69	0.005
		0.1	-0.999	-0.713			0.17	0.155	0.353
		0.2	-0.554	1			0.22	0.468	0.85
	1.4	0.45	-0.711	1		1.6	0.1	-0.715	0.085
	1.6	0.55	-0.719	1			0.19	0.211	0.476
	1.8	0.63	-0.733	1			0.2	0.476	0.903
	2	0.71	-0.724	1		1.8	0.18	-0.73	0.227
	2.5	0.85	-0.735	1			0.19	0.227	0.947
	3	0.95	-0.757	1	2	0.25	-0.711	0.996	
5	1.18	-0.801	1	2.5	0.37	-0.786	1		
140	1	0.12	-1	-0.285	3	0.48	-0.785	1	
		0.27	-0.178	0.594	5	0.72	-0.83	1	
		0.35	0.725	1	220	1	0.34	-1	0.393
	1.2	-0.18	-1	-0.779			0.36	0.426	0.664
		0.04	-0.576	-0.001			0.52	0.854	1
		0.07	0.059	0.409		1.2	-0.36	-0.993	-0.783
		0.16	0.553	0.763			-0.12	-0.557	-0.064
		0.39	0.922	1			0.25	0.206	0.366
	1.4	0.14	-0.677	0.875			0.43	0.595	0.828
	1.6	0.23	-0.696	0.958			0.62	0.938	1
	1.8	0.31	-0.696	1			1.4	-0.04	-0.68
	2	0.37	-0.746	1		0.29		0.255	0.504
	2.5	0.51	-0.772	1		0.31		0.53	0.855
	3	0.62	-0.764	1		1.6	0.05	-0.704	0.036
	5	0.85	-0.832	1			0.29	0.291	0.91
						1.8	0.13	-0.72	0.123
				0.28			0.299	0.955	
				2		0.21	-0.702	0.237	
						0.28	0.322	0.987	
				2.5		0.29	-0.807	1	
					3	0.1	-0.999	-0.986	
					0.41	-0.805	1		
				5	0.65	-0.833	1		

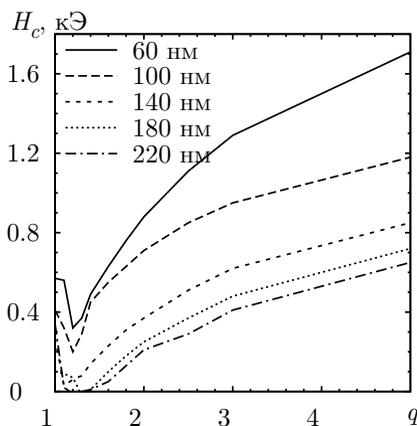


Рис. 5.13. Зависимость коэрцитивной силы частиц магнетита H_c от их вытянутости и размера.

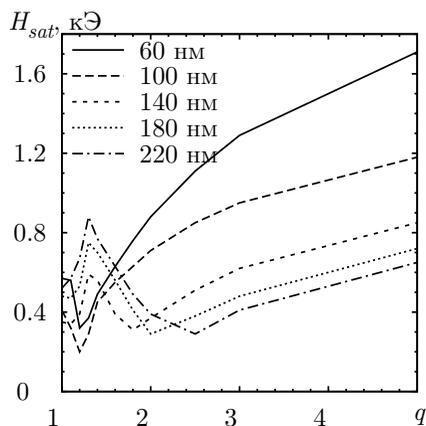


Рис. 5.14. Зависимость поля насыщения частиц магнетита H_{sat} от их вытянутости и размера.

зерна способствует росту обратимой части намагниченности, что приводит к отмеченному выше поведению H_c .

Отметим, что для частиц с неоднородным распределением магнитного момента ($a > 100$ нм) поле насыщения H_{sat} (см. рис. 5.14) достигает максимума при $q \approx 1.3$. Это, очевидно, связано с переходом через минимум эффективной константы анизотропии, так как уменьшение анизотропии способствует неоднородному распределению намагниченности в зерне. Рост неоднородности затрудняет развитие обратимых процессов намагничивания, определяющих форму петли гистерезиса в области насыщения.

Увеличение вытянутости двухдоменной частицы может привести к переходу в квазиоднодоменное либо однородное состояние. При этом степень однородности магнитного момента зерна возрастает. Роль необратимых процессов намагничивания увеличивается, что находит своё отражение в поведении $H_{sat} = H_{sat}(q)$ при $q > 2$ (рис. 5.14). Для частиц, находящихся при $H = 0$ в однодоменном ($a = 60$ нм) или квазиоднодоменном ($a = 100$ нм) состояниях, поле насыщения совпадает с коэрцитивной силой, зависимость которой от размера и вытянутости зерна обсуждалась выше.

На рис. 5.15 приведены результаты исследований зависимости коэрцитивности H_c и переключающего поля H_s от угла φ между удлинённым ребром частицы и полем \mathbf{H} . H_s — минимальное из критических полей H_k , при котором в направлении \mathbf{H} образуется остаточная намагниченность. Введение такого параметра связано с необходимостью охарактеризовать

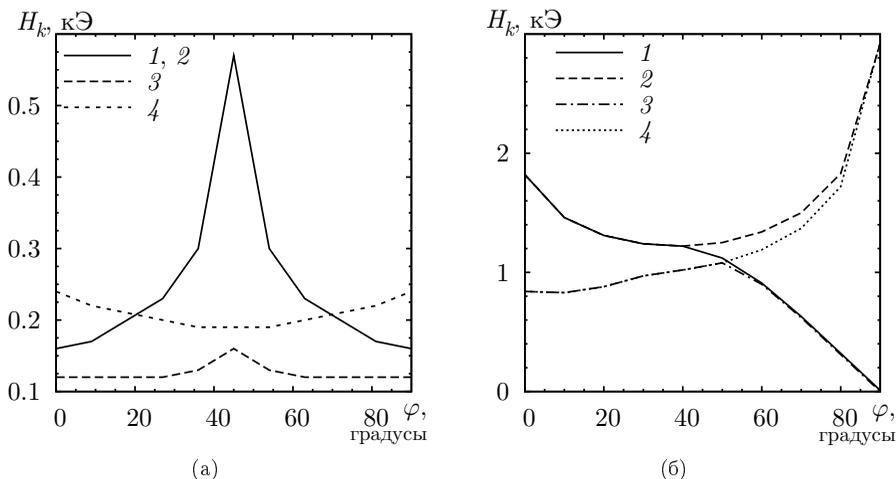


Рис. 5.15. Зависимости коэрцитивности H_c и переключающего поля H_s от угла между удлинённым ребром зерна и внешним полем для частиц с $q = 1$ (а), $q = 6$ (б). Кривая 1 отображает H_c для $a = 60$ нм, 2 — H_s для $a = 60$ нм, 3 — H_c для $a = 160$ нм, 4 — H_s для $a = 160$ нм. Кривые 1 и 2 на рис. 5.15.а совпадают.

степень необратимости в процессе намагничивания.

Коэрцитивная сила кубических частиц, магнитный момент которых в исходном состоянии (при $H = 0$) однороден ($a = 60$ нм), резко меняется в зависимости от угла φ . Как и следовало ожидать, при намагничивании вдоль «лёгкой оси» ($\varphi = 45^\circ$) H_c совпадает с теоретическим значением $H_c = 2K/I_s = 570$ Э [36], что связано с однородным вращением магнитного момента зерна.

Частицы больших размеров ($a = 160$ нм) перемагничиваются неоднородно. В этом случае преобладают обратимые изменения намагниченности и H_c практически не зависит от φ . В поле, равном переключающему H_s , частица переходит из двухдоменного в квазиоднодоменное состояние с симметричным относительно «лёгкой оси» распределением намагниченности. Именно поэтому H_s минимально при $\varphi = 45^\circ$.

Для сравнения с результатами трёхмерного моделирования намагничивания удлинённых частиц маггемита ($\gamma\text{-Fe}_2\text{O}_3$) [21], нами проведён представленный на рис. 5.15.б расчёт H_c и H_s для зёрен магнетита вытянутостью $q = 6$. Качественно вид кривых коэрцитивной силы H_c и переключающего поля H_s совпадает с [21]: H_c уменьшается, а H_s немонотонно изменяется с ростом φ . Причём, для малых частиц ($a = 60$ нм) точка пе-

региба кривой $H_c = H_c(\varphi)$ $\varphi = 45^\circ$ совпадает с положением минимума $H_s = H_s(\varphi)$, в то время как H_s больших зёрен ($a = 160$ нм) нарастает монотонно. Различие в поведении H_s малых и больших частиц связано с однородным и неоднородным намагничиванием соответственно.

Качественное совпадение поведения $H_c = H_c(\varphi)$ и $H_s = H_s(\varphi)$ с аналогичными кривыми, рассчитанными Yan и Della Torre [21] подтверждает правильность использованной нами упрощённой двухмерной модели и непротиворечивость полученных результатов.

Таким образом:

1. Значения критических полей H_k петли гистерезиса (коэрцитивная сила H_c , поле насыщения H_{sat} , переключающее поле H_s) уменьшаются с ростом размеров и могут меняться немонотонно с увеличением вытянутости зёрен.

2. Увеличение угла между длинной осью частицы и приложенным полем H приводит к уменьшению коэрцитивной силы H_c малых частиц $a \sim 60$ нм и практически не влияет на H_c больших зёрен ($a > 100$ нм), что связано с различными механизмами намагничивания: когерентным вращением и неоднородным изменением магнитного момента соответственно.

Глава 6

Магнитостатическое взаимодействие в ансамбле малых частиц

6.1. Особенности магнитостатического взаимодействия в ансамбле растущих однодоменных зёрен

В ансамбле растущих суперпарамагнитных частиц существенным магнитным моментом будут обладать лишь те, для которых высота энергетического барьера ΔE , разделяющего два равновесных состояния, превзойдёт характерную энергию термических флуктуаций $k_B T$. Как следует из модели Нееля, в силу экспоненциальной зависимости времени перехода из одного равновесного состояния в другое от отношения $\Delta E/k_B T$, объём блокирования v_b магнитного момента невзаимодействующих частиц логарифмически зависит от времени измерения t :

$$v_b = \frac{2k_B T_b}{I_s(T_b)H_0(T_b)} \ln(t f_0), \quad (6.1)$$

где $I_b(T_b)$, $H_0(T_b)$ — намагниченность насыщения и критическое поле перемagnичивания однодоменной частицы при блокирующей температуре T_b , $f_0 \sim 10^{10}$ Гц.

Предполагая, что «лёгкие оси» частиц, как и поля магнитостатического взаимодействия, ориентированы хаотически, выражение (6.1) мож-

но обобщить на случай магнитоэлектростатически взаимодействующего ансамбля [190]:

$$v_b(H_i) = \begin{cases} v_b \left(1 + \frac{|\mathbf{H}_i + \mathbf{H}|}{H_0} \right)^{-2}, & |\mathbf{H}_i + \mathbf{H}| \leq H_0, \\ \frac{v_b}{2} \left(1 + \frac{|\mathbf{H}_i + \mathbf{H}|}{H_0} \right)^{-1}, & |\mathbf{H}_i + \mathbf{H}| > H_0. \end{cases} \quad (6.2)$$

При этом эффективный магнитный момент подсистемы находящейся в суммарном поле $\mathbf{H}_i + \mathbf{H}$, определяется соотношением:

$$m_{ef} = \begin{cases} m(T) \operatorname{th} \frac{v I_s(T) |\mathbf{H}_i + \mathbf{H}|}{k_B T}, & v < v_b(H_i), \\ m(T) \operatorname{th} \frac{v_b(H_i) I_s(T_b) |\mathbf{H}_i + \mathbf{H}|}{k_B T}, & v \geq v_b(H_i). \end{cases} \quad (6.3)$$

Для частиц с одинаковым объёмом v усреднённый по ансамблю модуль магнитного момента $\langle m_{ef} \rangle$ в нулевом внешнем поле равен

$$\langle m_{ef} \rangle = m \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \operatorname{th} \frac{m H_i}{k_B T} \right| W(H_i) dH_i, \quad (6.4)$$

где $m = v I_s$, $W(H_i)$ — распределение Коши, если объёмная концентрация ферромагнетика $c < 0.1$, или распределение Гаусса, если $c > 0.1$ [163, 164]. В [164] показано, что в данной системе может возникать упорядочение типа «дипольное стекло». Как будет показано ниже, в ансамбле растущих суперпарамагнитных частиц такое упорядочение возможно лишь при достижении ими некоторого объёма w .

Пусть функция распределения $W(H_i) = B/2$, если $-B \leq H_i \leq B$ и $W(H_i) = 0$, если $|H_i| > B$. Здесь B — характерное поле взаимодействия, которое в зависимости от концентрации ферромагнетика равно

$$B = \begin{cases} \frac{5}{V} \int_0^{v_m} \langle m_{ef} \rangle g(v) dv, & c < 0.1; \\ 1.32 \left[\frac{1}{V} \int_0^{v_m} \frac{\langle m_{ef}^2 \rangle}{v} g(v) dv \right]^{1/2}, & c > 0.1, \end{cases} \quad (6.5)$$

где $g(v)$ — функция распределения по v , V — объём, занимаемый ансамблем. Соотношение (6.5) является обобщением выражений для характерного поля системы одинаковых по объёму частиц [164] на случай, когда они распределены по v от нуля до максимального объёма v_m . В

дальнейшем будем считать, что $g(v) = g_0 = \text{const}$. Тогда число частиц $N(v_m) = \int_0^{v_m} g(v) dv = g_0 v_m$, а объёмная концентрация $c = g_0 v_m^2 / 2V$. Отметим, что если V увеличивается пропорционально приросту объёма ферромагнитного вещества, то концентрация остается постоянной. Такое может быть, например, при образовании слоя ферритмагнетика на поверхности немагнитного образца [123].

Уравнения (6.5) имеют ненулевое решение при следующих условиях:

$$\begin{aligned} \lim_{B \rightarrow 0} \left[\frac{\partial}{\partial B} \left(\frac{5}{V} \int_0^{v_m} \langle m_{ef} \rangle g(v) dv \right) \right] &> 1, \quad c < 0.1, \\ \lim_{B \rightarrow 0} \left[\frac{1}{2B} \frac{\partial}{\partial B} \left(\frac{1.75}{V} \int_0^{v_m} \frac{\langle m_{ef}^2 \rangle}{v} g(v) dv \right) \right] &> 1, \quad c > 0.1. \end{aligned} \quad (6.6)$$

Из (6.6) следует, что при $v_m = w$, где

$$w = \begin{cases} \frac{3k_B T}{I_s B_s}, & B_s = 5c I_s, \quad c < 0.1, \\ \frac{\sqrt{6} k_B T}{I_s B_s}, & B_s = 1.32 \sqrt{c} I_s, \quad c > 0.1, \end{cases} \quad (6.7)$$

в ансамбле осуществляется концентрационный переход в упорядоченное состояние типа «спиновое стекло». При этом поля взаимодействия увеличиваются по мере роста v_m . Если же объём $w > v_b \approx 50k_B T / (I_s H_0)$, то процесс роста поля B начинается с $v_m = v_b$. Это верно при концентрациях $c \leq \frac{3k_B T}{5I_s^2 v_b} \approx 10^{-2} \left(\frac{H_0}{I_s} \right)$, если $c < 0.1$, и $c \leq \left(\frac{\sqrt{6} k_B T}{1.32 I_s^2 v_b} \right)^2 \approx 10^{-3} \left(\frac{H_0}{I_s} \right)^2$, если $c > 0.1$. Последнее условие, очевидно, выполняется только для слабомагнитных минералов с $H_0 / I_s > 10$.

Точное решение интегральных уравнений (6.5) можно получить лишь численно, поэтому для простоты вычислений примем, что

$$m_{ef} = m \operatorname{th} \frac{m H_i}{k_B T} \approx \begin{cases} m \frac{m H_i}{k_B T}, & H_i \leq \frac{k_B T}{m}, \\ m, & H_i \geq \frac{k_B T}{m}. \end{cases} \quad (6.8)$$

1. Рассмотрим ансамбль суперпарамагнитных частиц, концентрация которых мала ($c < 0.1$). Если характерное поле взаимодействия $B < H^*$ и $c < 10^{-2} H_0 / I_s$, $H^* = k_B T / (I_s v_b) \approx H_0 / 50$, то

$$B = \frac{5}{V} \int_0^B \frac{dH_i}{B} \left(\int_0^{v_b} \frac{m^2 H_i}{k_B T} g(v) dv + \int_{v_b}^{v_m} m g(v) dv \right),$$

откуда

$$B = B_s \left[\left(1 - \frac{v_b^2}{v_m^2} \right) / \left(1 - \frac{B_s v_b^2}{3H^* v_m^2} \right) \right]. \quad (6.9)$$

При $B > H^*$ и $c < 10^{-2} H_0 / I_s$ имеем

$$B = \frac{5}{V} \left[\int_0^{H^*} \frac{dH_i}{B} \left(\int_0^{v_b} \frac{m^2 H_i}{k_B T} g(v) dv + \int_{v_b}^{v_m} mg(v) dv \right) + \int_{H^*}^B \frac{dH_i}{B} \left(\int_0^{k_B T / (I_s H_i)} \frac{m^2 H_i}{k_B T} g(v) dv + \int_{k_B T / (I_s H_i)}^{v_m} mg(v) dv \right) \right].$$

После интегрирования приходим к уравнению

$$B = B_s \left[1 - \frac{H^*}{B} \left(1 - \frac{H^*}{3B} \right) \frac{v_b^2}{v_m^2} \right]. \quad (6.10)$$

Из (6.10) получаем, что при $B \gg H^*$ характерное поле стремится к B_s следующим образом:

$$B \approx B_s \left(1 - \frac{H^* v_b^2}{B_s v_m^2} \right). \quad (6.11)$$

В случае концентраций $10^{-2} H_0 / I_s < c < 0.1$ поля взаимодействия возникают при $v_m < v_b$. Согласно (6.5), поле B равно

$$B = \frac{5}{V} \left[\int_0^{k_B T / I_s v_m} \frac{dH_i}{B} \int_0^{v_m} \frac{m^2 H_i}{k_B T} g(v) dv + \int_{k_B T / I_s v_m}^B \frac{dH_i}{B} \left(\int_0^{k_B T / I_s H_i} \frac{m^2 H_i}{k_B T} g(v) dv + \int_{k_B T / I_s H_i}^{v_m} mg(v) dv \right) \right] = B_s \left[1 - \frac{B_s w}{3B v_m} + \frac{1}{3} \left(\frac{B_s}{3B} \right)^2 \frac{w^2}{v_m^2} \right]. \quad (6.12)$$

Решением уравнения (6.12) является

$$B = \frac{1}{3} B_s \left[1 + \left(1 - \frac{w}{v_m} \right)^{1/3} + \left(1 - \frac{w}{v_m} \right)^{3/2} \right]. \quad (6.13)$$

Как видно из (6.13), в момент упорядочения ($v_m = w$) поле $B = B_s/3$. Формула (6.13) справедлива вплоть до $v_m = v_b$, а при $v_m > v_b$ характерное поле взаимодействия определяется из выражения (6.10).

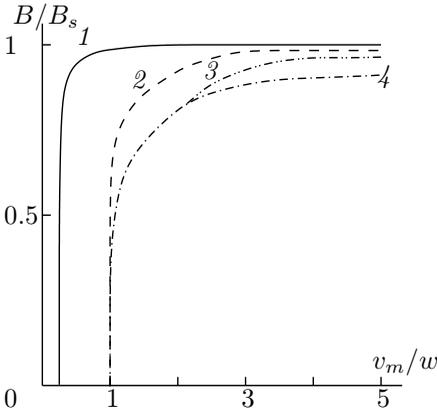


Рис. 6.1. Зависимость характерного поля взаимодействия B от приведённого объёма v_m/w при малой концентрации $c = 0.01$ и $H_0/I_s = 5$, 1 и 0.5 для кривых 1, 2 и 3 соответственно. Кривая 4 определяет рост B при $v_m = v_b$.

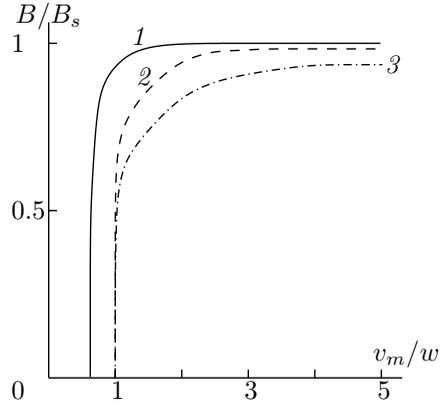


Рис. 6.2. Зависимость характерного поля взаимодействия B от приведённого объёма v_m/w при большой концентрации $c = 0.2$ и $H_0/I_s = 20$ и 10 для кривых 1 и 2 соответственно. Кривая 3 определяет рост B при $v_m = v_b$.

2. Если частицы сильномагнитны ($H_0/I_s < 10$) и их концентрация велика ($c > 0.1$), то уравнения для поля B имеют вид

$$B^2 = B_s^2 \left[1 - \frac{4}{3} \frac{B_s}{\sqrt{6}B} \frac{w}{v_m} \left(1 - \frac{3}{8} \frac{B_s}{\sqrt{6}B} \frac{w}{v_m} \right) \right], \quad w \leq v_m \leq v_b, \quad (6.14)$$

$$B^2 = B_s^2 \left[1 - \frac{2}{9} \frac{B_s^2}{BH^*} \left(1 - \frac{3}{8} \frac{H^*}{B} \right) \frac{w^2}{v_m^2} \right], \quad v_m \geq v_b. \quad (6.15)$$

Эти соотношения получены аналогично (6.10), (6.12). Кроме того, уравнения (6.14) и (6.15) определяют характерное поле системы слабомагнитных зёрен ($H_0/I_s > 10$). При концентрациях $c > 10^{-3} (H_0/I_s)^2$ необходимо использовать формулу (6.14), при $0.1 < c < 10^{-3} (H_0/I_s)^2$ и $B > H^*$ — (6.15), если же $B < H^*$, то

$$B = B_s \sqrt{\left(1 - \frac{v_b^2}{v_m^2} \right) / \left(1 - \frac{B_s^2 v_b^2}{6H^{*2} v_m^2} \right)} \quad (6.16)$$

Ввиду громоздкости аналитических решений уравнений (6.10), (6.14) и (6.15) приведём графическую зависимость характерного поля взаимодействия от максимального объёма системы при различных концентрациях

c и отношениях H_0/I_s . На рис. 6.1 и 6.2 показана зависимость B/B_s от приведённого объёма v_m/w для малой ($c = 0.01$) и большой ($c = 0.2$) концентраций соответственно. Как видно из графиков, с увеличением отношения H_0/I_s поля взаимодействия возникают при меньших значениях v_m/w и поле B быстрее стремится к насыщению, что связано с уменьшением объёма блокировки. Для сильномагнитных минералов, например магнетита, в случае $v_m = w < v_b$ характерное поле нарастает скачком до $B_s/3$ (кривые 2–4, рис. 6.1) и до $B_s/\sqrt{6}$ (кривые 2 и 3, рис. 6.2). Точки разветвления кривых соответствуют переходу v_m через объём блокировки. С уменьшением концентрации характерная область изменения $B(v_m)$ уменьшается, так как $w \sim 1/c$ или $1/\sqrt{c}$ (см. (6.7)).

Таким образом:

1. Магнитное упорядочение в ансамбле растущих однодоменных суперпарамагнитных частиц возможно лишь при достижении ими некоторого объёма w , величина которого зависит от концентрации ферромагнитных зёрен. В момент упорядочения характерное поле B скачком нарастает до $B_s/3$, если $c < 0.1$, и до $B_s/\sqrt{6}$, если $c > 0.1$. Необходимо помнить, что такой скачок является следствием приближения (см. (6.8)), выбранного в данном разделе. На самом деле характерное поле должно нарастать непрерывно, но в данном случае важно, что этот рост происходит достаточно быстро.

2. При $c < 10^{-2} H_0/I_s$ и $0.1 < c < 10^{-3} (H_0/I_s)^2$ поле B равно нулю вплоть до объёма блокировки v_b , а затем с ростом части увеличивается непрерывно.

3. Скорость нарастания характерного поля взаимодействия существенно зависит от концентрации c и отношения H_0/I_s . В случае больших концентраций или больших значений H_0/I_s поле $B \rightarrow B_s$ при незначительном изменении объёмов частиц.

6.2. Зависимость магнитостатического взаимодействия от размерности ансамбля

Физико-химические условия образования магнитного минерала определяют не только структуру и размеры ферромагнитных зёрен, но и их пространственное распределение. Наряду с наиболее распространённым однородным распределением зёрен магнитного минерала по объёму немагнитной матрицы могут существовать поверхностное и линейное распределения. Например, при окислении пирита частицы магнетита возникают и растут в тонком поверхностном слое образца [123]. В осадках, в той или иной мере, магнитная фракция может быть представлена железобак-

териями, составляющими во многих водоёмах более половины бактериопланктона [167]. При своих незначительных размерах $10^{-5} \div 10^{-6}$ м железобактерия содержит несколько десятков однодоменных зёрен магнетита, расположенных в виде цепочки.

Рассмотрим $N + 1$ однодоменных зёрен, которые хаотически распределены в немагнитной матрице. Тогда характеристическую функцию проекции случайного поля магнитостатического взаимодействия \mathbf{H}_i на произвольное направление \mathbf{l} ($|\mathbf{l}| = 1$) можно представить в виде:

$$F(\rho) = \frac{1}{\Gamma_k^N} \left\{ \int \exp(i\rho H) \tau(\mathbf{m}) d\mathbf{m} d\Gamma_k \right\}^N, \quad (6.17)$$

где Γ_k — объём k -мерного ансамбля ($k = 1, 2, 3$), $\tau(\mathbf{m}) d\mathbf{m}$ — функция распределения по магнитным моментам \mathbf{m} частиц,

$$H = (\mathbf{H}, \mathbf{l}) = \frac{m}{r^3} [3(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\rho})(\mathbf{l}, \boldsymbol{\rho}) - (\boldsymbol{\mu}, \mathbf{l})], \quad (6.18)$$

где $\boldsymbol{\mu}$ и $\boldsymbol{\rho}$ — единичные векторы магнитного момента \mathbf{m} и радиус-вектора \mathbf{r} соответственно. Приближение точечного диполя, которое используется для расчёта случайного поля взаимодействия, с большой степенью точности выполняется на расстояниях, вдвое превышающих размеры частицы, что соответствует объёмной концентрации ферромагнетика $c < 2^{-k}$.

Если при достаточно больших N ($N \rightarrow \infty$) концентрация частиц $n_k = N/\Gamma_k$ конечна, то характеристическая функция может быть определена следующим образом:

$$F(\rho) = \exp \left\{ n_k \int (1 - e^{i\rho H}) \tau(\mathbf{m}) d\mathbf{m} d\Gamma_k \right\}. \quad (6.19)$$

Соотношения (6.17) и (6.19) являются результатом обобщения метода построения $F(\rho)$, используемого в работе [163].

Наглядный и легко интерпретированный результат можно получить лишь в двух предельных случаях: малых и больших (но не более $c \approx 2^{-k}$) концентраций.

6.2.1. Малые концентрации

Замена в (6.19) r на $y = 1/r^3$ и интегрирование по y позволяет привести характеристическую функцию к виду:

$$F(\rho) = \exp \left\{ i(A_k \rho)^{k/3} (\text{sign } \rho)^{k+1} - (B_k |\rho|)^{k/3} \right\}. \quad (6.20)$$

Отметим, что при $k = 3$ выражение (6.20) является характеристической функцией распределения Коши:

$$W(H) = \frac{1}{\pi} \frac{B_3}{B_3^2 + (H - A_3)^2}. \quad (6.21)$$

Соотношение (6.21) и свойства магнитостатического взаимодействия трёхмерного ансамбля довольно подробно исследовались в работе [163]. Там же дана оценка параметра A_3 , имеющего смысл наиболее вероятного значения проекции поля \mathbf{H}_i , и B_3 , определяющего эффективную ширину распределения по полям взаимодействия.

Функция распределения $W(H)$ для одно- и двухмерного ансамбля может быть найдена стандартным способом:

$$\begin{aligned} W(H) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\rho) \exp(-i\rho H) d\rho = \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \exp\left[-(B_k \rho)^{\frac{k}{3}}\right] \cos\left[\rho H + (\text{sign } D)^{k+1}\right] (\rho A_k)^{\frac{k}{3}} d\rho, \end{aligned} \quad (6.22)$$

где параметры функции распределения A_k и B_k находятся из следующих соотношений:

$$\begin{aligned} A_k &= \left\{ \frac{3\pi n_k}{2k \cos \frac{\pi k}{6} \Gamma\left(\frac{k}{3}\right)} \int (D \text{sign } \rho)^{k/3} [\text{sign}(\rho D)]^{k+1} \tau(\mathbf{m}) d\mathbf{m} d\varphi^{k-1} \right\}^{\frac{3}{k}}, \\ B_k &= \left\{ \frac{3\pi n_k}{2k \sin \frac{\pi k}{6} \Gamma\left(\frac{k}{3}\right)} \int (D \text{sign } \rho)^{k/3} \tau(\mathbf{m}) d\mathbf{m} d\varphi^{k-1} \right\}^{\frac{3}{k}}, \end{aligned} \quad (6.23)$$

$D = m [3(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\rho})(\mathbf{l}, \boldsymbol{\rho}) - (\boldsymbol{\mu}, \mathbf{l})]$, $\Gamma(n)$ — гамма-функция, φ — полярный угол.

В наиболее простом варианте, когда магнитные моменты αN зёрен ориентированы по \mathbf{l} , а βN — против \mathbf{l} , нетрудно провести расчёт параметров распределения (6.22):

$$A_k = a_k I_s [(\alpha - \beta) c]^{3/k}, \quad (6.24)$$

$$B_k = b_k I_s c^{3/k}. \quad (6.25)$$

Коэффициенты a_k и b_k , зависящие от ориентации вектора \mathbf{l} и размерности ансамбля, приведены в таблице 6.1, c — объёмная концентрация ферромагнетика.

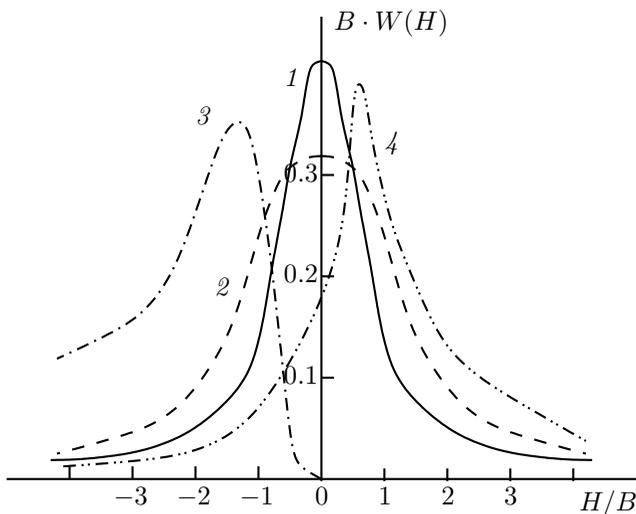


Рис. 6.3. Функции распределения проекции поля взаимодействия $W(H)$ для тонкого слоя. Кривая 1 — распределение по H в размагниченном состоянии, кривая 2 — распределение Коши. Кривые 3 и 4 — распределения при намагничивании до насыщения перпендикулярно и параллельно слою соответственно.

Таблица 6.1. Коэффициенты, входящие в параметры распределений по полям взаимодействия [134, 163], N_{dem} — размагничивающий фактор.

	$k = 1$		$k = 2$		$k = 3$
	вектор \mathbf{l} перпендику- лярен оси цепочки	вектор \mathbf{l} параллелен оси цепочки	вектор \mathbf{l} пер- пендикуля- рен тонкому слою	вектор \mathbf{l} параллелен тонкому слою	объём
a_k	-4.6	9.2	27.4	9.4	$3.4 - N_{dem}$
b_k	22.8	45.6	11.9	10.4	5.0
d_k	-1.6	1.6	-6.2	3.1	4.2
e_k	0.4	0.8	0.9	1.1	1.3

Результаты численного расчёта функции распределения случайных полей взаимодействия одно- и двухмерного ансамблей показаны на рис. 6.3, 6.4. В выбранных координатах вид кривых одинаков для любых характерных полей B . Сравнивая распределения полей взаимодействия в раз-

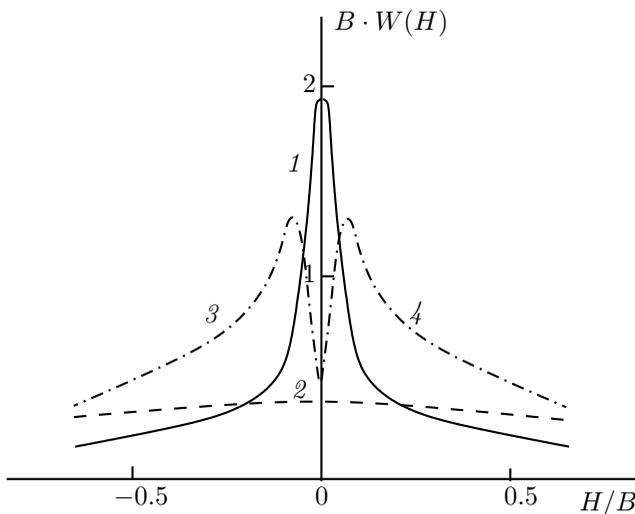


Рис. 6.4. Функции распределения проекции поля взаимодействия $W(H)$ для цепочки. Кривая 1 — распределение по H в размагниченном состоянии, кривая 2 — распределение Коши. Кривые 3 и 4 — распределения по H при намагничивании до насыщения перпендикулярно и параллельно цепочке соответственно.

магниченном состоянии (кривые 1) с распределением Коши (кривые 2), можно убедиться, что при малых концентрациях частицы в цепочке взаимодействуют значительно слабее, нежели в двух-, а тем более в трёхмерном ансамбле. Физически этот результат вполне понятен, так как с уменьшением размерности ансамбля уменьшается число ближайших соседей, а следовательно, и интенсивность взаимодействия. Именно изменением числа ближайших соседей обусловлена различная зависимость характерного поля B от концентрации ($B_k \sim c^{3/k}$).

Отметим также несимметричность распределения случайных полей по отношению к направлению намагниченности системы частиц, расположенных в тонком слое (кривые 3 и 4 на рис. 6.3). Несимметричность $W(H)$ связана с двумерностью задачи, так как при намагничивании перпендикулярно плоскости слоя поля H_i ориентированы перпендикулярно этой плоскости, причём антипараллельно намагниченности. Если же намагничивание частиц происходит в плоскости слоя, то направление вектора \mathbf{H}_i в этой плоскости произвольно, что и определяет отличие кривых 3 и 4 на рис. 6.3.

6.2.2. Большие концентрации

С увеличением концентрации магнитных зёрен все большую роль во взаимодействии между ними будут играть ближайшие соседи, поэтому при достаточно больших c закон распределения случайных полей может быть нормальным.

Воспользуемся методом, изложенным в работе [134], согласно которому распределение случайной величины подчиняется нормальному закону, если в разложении характеристической функции по моментам можно пренебречь членами выше второй степени, т. е. выполняются условия:

$$\frac{\lambda_3(k)}{3\lambda_2^{3/2}(k)} \ll 1, \quad \frac{\lambda_4(k)}{12\lambda_2^2(k)} \ll 1, \quad (6.26)$$

где $\lambda_n(k)$ — моменты n -го порядка —

$$\lambda_n(k) = n_k \int (\mathbf{H}_i, \mathbf{1})^n \tau(\mathbf{m}) d\mathbf{m} d\Gamma_k. \quad (6.27)$$

Расчёт по формулам (6.26), (6.27) показывает, что при концентрации ферромагнетика $c \gg 0.01$ в одномерном и при $c \gg 0.03$ в двухмерном ансамбле поля взаимодействия распределены по нормальному закону с параметрами $\langle H_k \rangle = d_k c I_s (\alpha - \beta)$ и $B_k = e_k \sqrt{c} I_s$, которые являются средним и характерным полем взаимодействия, значения коэффициентов d_k и e_k приведены в таб. 6.1.

В заключение параграфа отметим:

1. Магнитное взаимодействие между частицами существенно зависит от их пространственного распределения в образце и объёмной концентрации ферромагнетика. В случае малых концентраций для двухмерного ансамбля $W(H_i)$ близка к распределению Коши, которое реализуется для системы зёрен, рассеянных по объёму немагнитной матрицы. Функция $W(H)$ для длинной цепочки резко отличается от распределения Коши.

2. При концентрациях $c \gg 0.06$, 0.03 и 0.01 для одно-, двух- и трёхмерного ансамблей соответственно распределение $W(H)$ описывается нормальным законом. Так как приближение дипольности взаимодействия выполняется при $c < (1/2)^k$, где k — размерность ансамбля, то приведённые выше условия могут быть выполнены лишь для трёхмерного ансамбля.

3. Характерное поле зависит от размерности ансамбля: $B \sim c^{3/k} I_s$, если концентрация мала, и $B \sim \sqrt{c} I_s$ для любого ансамбля с большой концентрацией ферромагнетика.

6.3. Распределение магнитных моментов системы однодоменных взаимодействующих частиц

Рассмотрим систему одноосных взаимодействующих частиц, «лёгкие оси» которых распределены хаотически. При заданных критических полях H_0 и полях взаимодействия \mathbf{H}_i плотность условной вероятности определённой ориентации вектора намагниченности частицы в поле \mathbf{H} (при достижении равновесного состояния) выражается известной формулой [170]:

$$P(H_0, \mathbf{H}_i, \theta, \varphi) = A \exp \left\{ -\frac{E}{k_B T} \right\}. \quad (6.28)$$

Здесь энергия частицы E равна

$$E = -\frac{1}{2} m H_0 \cos^2 \omega - m H_i \cos \varepsilon - m H \cos \theta, \quad (6.29)$$

\mathbf{m} — магнитный момент зерна, ω — угол между направлением \mathbf{m} и «лёгкой осью», ε — угол между \mathbf{m} и \mathbf{H}_i , A — нормировочный множитель:

$$\frac{1}{A} = \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp \left\{ -\frac{E}{k_B T} \right\} \frac{\sin \theta d\theta d\varphi}{4\pi}. \quad (6.30)$$

Для вычисления плотности вероятности $\Psi(\theta, \varphi)$ следует просуммировать по полям H_0 и \mathbf{H}_i с учётом их функций распределения $\Phi(H_0)$ и $W(\mathbf{H}_i)$ и хаотичности распределения «осей лёгкого намагничивания»:

$$\Psi(\theta, \varphi) = \int P(H_0, \mathbf{H}_i, \theta, \varphi) W(\mathbf{H}_i) d\mathbf{H}_i \Phi(H_0) \frac{\sin \gamma d\gamma d\xi}{2\pi} dH_0. \quad (6.31)$$

Если нас интересует относительно малая намагниченность, образующаяся в слабом поле, то с большой степенью точности распределение полей взаимодействия по углам можно считать равномерным [171, 172]:

$$W_1(\mathbf{H}_i) d\mathbf{H}_i = W_1(H_i) \frac{\sin \alpha d\alpha d\beta}{4\pi} dH_i. \quad (6.32)$$

Из-за того, что перемагничивание однодоменного зерна определяется модулем приложенного поля [171, 173], а поля взаимодействия и «лёгкие оси» распределены хаотично, приближённо примем, что поля взаимодействия

направлены по или против магнитного момента, лежащего на оси. Тогда

$$\begin{aligned} \Psi(\theta, \varphi) = & \frac{1}{4\pi} \int \Phi(H_0) dH_0 \int W(H_i) dH_i \int_0^{2\pi} d\beta \int_0^{2\pi} d\xi \times \\ & \times \left[\int_0^{\pi/2} d\alpha \int_0^{\pi/2} d\gamma A_1 \exp(a \cos^2 \omega_1 + b \cos \varepsilon + q \cos \theta) \sin \alpha \delta(\alpha - \gamma) \delta(\beta - \xi) + \right. \\ & \left. + \int_{\pi/2}^{\pi} d\alpha \int_{\pi/2}^{\pi} d\gamma A_2 \exp(a \cos^2 \omega_2 + b \cos \varepsilon + q \cos \theta) \sin \alpha \delta(\alpha + \gamma - \pi) \delta(\beta + \xi - \pi) \right], \end{aligned} \quad (6.33)$$

где $a = mH_0 / (2k_B T)$, $b = mH_i / (k_B T)$, $q = mH / (k_B T)$, $\delta(x)$ — дельта-функция Дирака. Проинтегрировав по γ и ξ , для выражения в квадратных скобках получим:

$$\begin{aligned} J = & \int_0^{2\pi} d\beta \left[\int_0^{\pi/2} d\alpha A_1(\alpha, \beta) \exp(a \cos^2 \omega_1 + b \cos \varepsilon + q \cos \theta) \sin \alpha + \right. \\ & \left. + \int_{\pi/2}^{\pi} d\alpha A_2(\alpha, \beta) \exp(a \cos^2 \omega_2 + b \cos \varepsilon + q \cos \theta) \sin \alpha \right]. \end{aligned} \quad (6.34)$$

Так как $\cos \omega_1 = \cos \varepsilon$, а $\cos \omega_2 = -\cos \varepsilon$, то $A_1 = A_2 = A$. Рассмотрим два предельных случая: 1) $a \gg b$ и 2) $b \gg a$. Оценки соответствующих интегралов проведём, используя метод перевала [178]: в первом варианте имеется две седловых точки ($\alpha = \theta + \Delta\theta_1$, $\beta = \varphi$, и $\alpha = \pi - \theta + \Delta\theta_2$, $\beta = \pi + \varphi$), а во втором — одна ($\alpha = \theta + \Delta\theta_1$, $\beta = \varphi$). Здесь $\Delta\theta_1 = \frac{q \sin \theta}{2a + b}$ и $\Delta\theta_2 = \frac{q \sin \theta}{2a - b}$ — малые добавки. В первом случае интегрирование даёт

$$\begin{aligned} J = & 4\pi \left[\frac{1 + \frac{q \cos \theta}{2(2a + b)}}{1 - \frac{3q \cos \theta}{2(2a + b)} + \sqrt{\frac{2a - b}{2a + b}} \left(1 + \frac{3q \cos \theta}{2(2a - b)} \right) e^{-2b - 2q \cos \theta}} + \right. \\ & \left. + \frac{1 - \frac{q \cos \theta}{2(2a - b)}}{1 - \frac{3q \cos \theta}{2(2a - b)} + \sqrt{\frac{2a - b}{2a + b}} \left(1 + \frac{3q \cos \theta}{2(2a + b)} \right) e^{2b - 2q \cos \theta}} \right]. \end{aligned} \quad (6.35)$$

Формула (6.35) значительно упрощается, если $b \gg 1$ (приближение сильновзаимодействующих частиц)

$$J = 4\pi \left(1 + \frac{2q}{2a+b} \cos \theta \right) \quad (6.36)$$

и если $b \ll 1$ (слабовзаимодействующие частицы)

$$J = 4\pi (1 + q \cos \theta). \quad (6.37)$$

Когда $b \gg a$, оказывается справедливой формула (6.36). В дальнейшем будем пользоваться этими простыми выражениями как точными, заменив соотношения между a и b на $a > b$ ($b > 1$ и $b < 1$) и $a < b$ ($b > 1$).

Считая, что частицы обладают одинаковыми критическими полями и функция распределения модуля поля взаимодействия равномерна, получим окончательные выражения для функции распределения $\Psi(\theta)$. В случае слабовзаимодействующих зёрен ($B \leq H^* = k_B T_b / m_b \approx H_0 / 50$) имеем:

$$\Psi(\theta) = \int_0^B \left(1 + \frac{H}{H^*} \cos \theta \right) \frac{dH_i}{B} = 1 + \frac{H}{H^*} \cos \theta. \quad (6.38)$$

Если $H^* < B \lesssim H_0$, то

$$\begin{aligned} \Psi(\theta) &= \int_0^{H^*} \left(1 + \frac{H}{H^*} \cos \theta \right) \frac{dH_i}{B} + \int_{H^*}^B \left(1 + \frac{2H}{H_i + H_0} \cos \theta \right) \frac{dH_i}{B} = \\ &= 1 + \frac{H}{B} \left[1 + 2 \ln \left(1 + \frac{B}{H_0} \right) \right] \cos \theta. \end{aligned} \quad (6.39)$$

Когда $B \gtrsim H_0$, то функция $\Psi(\theta)$ отличается от (6.39), из-за того, что при изменении B от $H_0 - H$ до $H_0 + H$ часть моментов перемагничивается по полю \mathbf{H} , в то время как против поля перемагничивание начинается при $B > H_0 + H$. А поскольку $H \ll H_0 < B$, то относительное число частиц, имеющих магнитные моменты, расположенные под острыми углами к полю \mathbf{H} , приблизительно равно относительному числу частиц, моменты которых составляют тупые углы с \mathbf{H} , т. е. равно $1/2$. Отсюда для

$$\begin{aligned} \Psi(\theta) &= 1 + \frac{H}{B} \left[1 + 2 \ln \left(1 + \frac{B}{H_0} \right) \right] \cos \theta + \int_{H_0-H}^{H_0+H} \left(1 + \frac{2H}{H_i + H} \cos \theta \right) \frac{dH_i}{2B} = \\ &= 1 + \frac{H}{B} \left\{ 1 + \left[1 + 2 \ln \left(1 + \frac{B}{H_0} \right) \right] \cos \theta \right\}. \end{aligned} \quad (6.40)$$

Полученные соотношения для $\Psi(\theta)$ можно использовать при оценке различных видов намагниченности.

6.4. Магнитостатическое взаимодействие в системе двухфазных частиц

В разделе 3.2 было показано, что межфазное магнитостатическое взаимодействие существенно влияет на критические поля переметаллизации, а, следовательно, и на метастабильность магнитных состояний двухфазных зёрен во внешнем поле \mathbf{H} . В ансамбле таких зёрен взаимодействие между ними должно привести к аналогичному результату, что, в конечном счёте, может повлиять на процесс намагничивания. Для анализа магнитного взаимодействия в ансамбле химически неоднородных частиц воспользуемся методом случайного поля [134, 137].

Рассмотрим ансамбль из $N + 1$ двухфазных частиц, хаотически рассеянных в немагнитной матрице, взаимодействующих между собой дипольно. Предположим, что рассматриваемая нами частица находится в начале системы координат. При известном распределении частиц по объёму, когда в каждом элементарном объёме dV_i можно найти частицу с магнитным моментом m_i , вероятность обнаружить в начале координат проекцию поля взаимодействия H' на выделенное внешним полем \mathbf{H} направление \mathbf{l}_0 , в интервале $H', H' + dH'$, равна:

$$\delta \left[H' - \sum_{i=1}^N \varphi_i(\mathbf{m}_i, \mathbf{r}_i) \right] dH',$$

где φ_i — проекция на \mathbf{l}_0 поля, создаваемого частицей с магнитным моментом \mathbf{m}_i , расположенной в точке \mathbf{r}_i . Тогда полная вероятность того, что поле лежит в интервале $H', H' + dH'$ определяется следующим образом:

$$W(H') dH' = \frac{1}{V^N} \int \delta \left(H' - \sum \varphi_i \right) \prod_{i=1}^N \tau(\mathbf{m}_i) d\mathbf{m}_i dV_i, \quad (6.41)$$

где $\frac{dV_i}{V} \tau(\mathbf{m}_i) d\mathbf{m}_i$ — вероятность частицы с магнитным моментом \mathbf{m}_i , $\mathbf{m}_i + d\mathbf{m}_i$ попасть в элемент объёма dV_i , $\tau(\mathbf{m}_i)$ — функция распределения частиц в образце по величине и направлению магнитного момента \mathbf{m} , которая в случае, когда магнитный момент зерна ориентирован по или против направления, выделяемого внешним полем, может быть выражена

через заселённости магнитных состояний N_i (см. раздел 3.3):

$$\begin{aligned} \tau(\mathbf{m}_i) d\mathbf{m}_i = & \int \{N_{1i}(H' + H)\delta(m_i - m_1)\delta(\gamma_i) + \\ & + N_{2i}(H' + H)\delta(m_i - m_2)\delta(\gamma_i) + N_{3i}(H' + H)\delta(m_i - m_1)\delta(\gamma_i - \pi) + \\ & + N_{4i}(H' + H)\delta(m_i - m_2)\delta(\gamma_i - \pi)\} dm_i \frac{d\gamma_i}{2\pi} W(H') dH', \quad (6.42) \end{aligned}$$

где γ_i — угол между направлением \mathbf{m}_i и \mathbf{l}_0 ,

$$m_1 = a^3 q [I_{s1}(1 - \varepsilon) + I_{s2}\varepsilon], \quad m_2 = a^3 q [I_{s1}(1 - \varepsilon) - I_{s2}\varepsilon]$$

— магнитные моменты соответствующих частиц с параллельной и антипараллельной ориентацией намагниченностей фаз. Характеристическая функция

$$A(\rho) = \int W(H') \exp(i\rho H') dH',$$

представляющая собой преобразование Фурье функции $W(H')$, имеет вид

$$A(\rho) = \frac{1}{V^N} \int \cdots \int \exp\left(i\rho \sum_i \varphi_i\right) \prod_i \tau(\mathbf{m}_i) d\mathbf{m}_i dV_i. \quad (6.43)$$

Используя условие нормировки $\int \tau(\mathbf{m}_i) d\mathbf{m}_i$, а также полагая, что при $N \rightarrow \infty$, n — число частиц в единице объёма, остаётся неизменным (приближение малых концентраций), выражение (6.43) можно записать:

$$A(\rho) = \left[1 - \frac{n}{N} \int (1 - \exp(i\rho\varphi)) \tau(\mathbf{m}) d\mathbf{m} dV\right]^N \rightarrow \exp\{-c(\rho)\}, \quad (6.44)$$

$$c(\rho) = n \int dV \int (1 - \exp(i\rho\varphi)) \tau(\mathbf{m}) d\mathbf{m}, \quad (6.45)$$

$$\varphi = -\frac{m \cos \gamma (1 - 3 \cos^2 \theta)}{r^3}, \quad (6.46)$$

где θ — угол между направлением \mathbf{l}_0 и радиусом-вектором частицы.

Интегрирование в выражении (6.45) приводит к результату:

$$\begin{aligned} c(\rho) = n \int [N_1 I_-(m_1, \rho) + N_2 I_-(m_2, \rho) + \\ + N_3 I_+(m_1, \rho) + N_4 I_+(m_2, \rho)] W(H') dH', \quad (6.47) \end{aligned}$$

где

$$I_{\pm}(m, \rho) = \int \left\{ 1 - \exp \left[\pm \frac{i\rho m}{r^3} (1 - 3 \cos^2 \theta) \right] \right\} dV. \quad (6.48)$$

Учитывая, что $I_{\pm}(m, \rho) = bm|\rho|\pm iam\rho$, где $b \approx 5$, $a = 4\pi/3 - N + 4\pi/15$, N — размагничивающий коэффициент, приходим к функции распределения, описываемой законом Коши:

$$W(H') dH' = \frac{dH'}{\pi B \left\{ 1 + \left[\frac{H' + aI}{B} \right]^2 \right\}}, \quad (6.49)$$

где параметр распределения B и намагниченность I определяются с помощью системы уравнений:

$$\begin{aligned} B &= bn \int [(N_1 + N_3)m_1 + (N_2 + N_4)|m_2|] W(H') dH', \\ I &= n \int [(N_1 - N_3)m_1 + (N_2 - N_4)m_2] W(H') dH'. \end{aligned} \quad (6.50)$$

Полученная система уравнений в совокупности с соотношениями, определяющими вектор заселённости \mathbf{N} (см. формулы (3.34)–(3.35)), позволяет оценить параметр распределения Коши B и рассчитать величину намагниченности I .

Глава 7

Намагничивание ансамбля ГОМОГЕННЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ЧАСТИЦ

7.1. Нормальная остаточная намагниченность в системе однодоменных взаимодействующих частиц

В последние годы вопросы о влиянии магнитостатического взаимодействия на процессы намагничивания в системе однодоменных частиц рассматривались многими исследователями [78, 80, 164, 175, 176]. Обобщим полученные результаты и рассмотрим возможность включения взаимодействия в схему, основанную на диаграмме $[k_N, \psi]$ [150, 177].

Напомним, что перемагничивание отдельной однодоменной частицы происходит при достижении внешним полем H значения H_0 , которое в общем случае зависит от соотношений констант анизотропии, взаимной ориентации главных осей тензоров анизотропии различной природы, а также от угла между эффективной осью анизотропии и внешним полем [37, 150]. В системе взаимодействующих частиц необходимо учитывать случайное поле взаимодействия \mathbf{H}_i , поэтому в условие перемагничивания должна входить векторная сумма $\mathbf{H} + \mathbf{H}_i$:

$$H_0 \leq \frac{|\mathbf{H} + \mathbf{H}_i|}{\left(\cos^{2/3} \theta + \sin^{2/3} \theta\right)^{3/2}}, \quad (7.1)$$

где θ — угол между суммарным полем $\mathbf{H} + \mathbf{H}_i$ и эффективной осью анизотропии.

Если известна функция распределения случайного поля взаимодействия $F(\mathbf{H}_i) d\mathbf{H}_i$, определяющая относительное число частиц, находящихся в поле взаимодействия \mathbf{H}_i , $\mathbf{H}_i + d\mathbf{H}_i$, то вычисление остаточной намагниченности заключается в определении числа частиц, для которых выполняется условие (7.1) с последующим суммированием магнитных моментов перемангнитенных частиц.

Если эффективные оси анизотропии частиц распределены хаотично, величину нормальной остаточной намагниченности можно подсчитать следующим образом:

$$I_r(H) = \frac{m}{4\pi V} \int f(k_N, \psi) dk_N d\psi F(\mathbf{H}_i) d\mathbf{H}_i \cos \beta \sin \beta d\beta d\gamma, \quad (7.2)$$

где β и γ — полярный и азимутальный углы, определяющие ориентацию эффективной оси относительно внешнего поля \mathbf{H} . Пределы интегрирования по k_N , ψ определяются условием (7.1) и H_0 , H_0 описывается выражением (2.9).

Функция распределения случайных полей взаимодействия может быть найдена с использованием функции распределения $W(H_l) dH_l$ проекций случайного поля на выделенное направление \mathbf{l} в приближении хаотичности направлений \mathbf{H}_i [163]:

$$F(\mathbf{H}_i) d\mathbf{H}_i = \frac{1}{4\pi} \omega(H_i) \sin \alpha d\alpha d\lambda dH_i, \quad (7.3)$$

$\omega(H_i)$ — функция распределения модуля \mathbf{H}_i ; α , λ определяют ориентацию \mathbf{H}_i относительно внешнего поля \mathbf{H} . Интегрируя (7.3) по λ , а также считая, что одинаковую проекцию на поле \mathbf{H} имеют все векторы с одинаковым значением $H \cos \alpha$ (при $H > 0$), можно определить число частиц, которые на фазовой плоскости $\{H_i, \cos \alpha\}$ лежат в области, ограниченной гиперболами $H_i \cos \alpha = H_l + dH_l$, $H_i \cos \alpha = H_l$ и линией $\cos \alpha = 1$. Это означает, что

$$W(H_l) dH_l = \int_{H_l}^{\infty} \frac{1}{2} \omega(H_i) \frac{dH_i}{H_i} \quad (7.4)$$

или

$$\omega(H_i) = -2H_l \frac{dW}{dH_l}, \quad (7.5)$$

где $W(H)$, в приближении малой концентрации ферромагнетика описывается законом Коши [163]. Тогда

$$F(\mathbf{H}_i) d\mathbf{H}_i = \frac{1}{4\pi} \frac{4BH_i^2}{\pi(B^2 + H_i^2)^2} \sin \alpha d\alpha d\lambda dH_i. \quad (7.6)$$

Оценку интеграла (7.2) можно получить следующим образом.

1. Заменим соотношение (7.1) усреднённым по углу θ :

$$0.7 H_0 \leq |\mathbf{H} + \mathbf{H}_i|.$$

2. Перейдём в (7.2) к интегрированию по $(\mathbf{H} + \mathbf{H}_i)$. Заменяя в функции распределения (7.6) \mathbf{H}_i на $\mathbf{h} = \mathbf{H} + \mathbf{H}_i$:

$$\Phi(\mathbf{h}) d\mathbf{h} = \frac{B}{\pi^2} \frac{h^2 dh \sin \varphi d\varphi d\xi}{(B^2 + H^2 + h^2 - 2Hh \cos \varphi)^2}, \quad (7.7)$$

имеем

$$I_r(H) = \frac{m}{4\pi V} \int f(k_N, \psi) dk_N d\psi \Phi(\mathbf{h}) d\mathbf{h} \cos \beta \sin \beta d\beta d\gamma. \quad (7.8)$$

Оценим (7.8) методом перевала [178]:

$$I_r(H) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \tilde{I}_r(h) \frac{h}{H} \left\{ \sqrt{1 + \frac{H}{h}} + \sqrt{1 - \frac{H}{h} - \frac{2B}{h}} \right\}, \quad h = \sqrt{H^2 + B^2}, \quad (7.9)$$

где $h \ll k_A I_s$, $\tilde{I}_r(h) \sim h^2$ при $k_A > 0$, $k_N > 0$, $\tilde{I}_r(h) \sim \sqrt{h}$, если одна или обе константы отрицательны [150, 177]. Отметим, что при $B \ll H$

$$I_r(H) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} I_r(H) \sim \begin{cases} H^2, & k_A > 0, k_N > 0, \\ \sqrt{H}, & \text{если одна из констант или обе} \\ & \text{отрицательны.} \end{cases} \quad (7.10)$$

В другом предельном случае при $B \gg H$ независимо от знаков k_A и k_N

$$I_r(H) = \frac{1}{4\sqrt{\pi}} I_r(B) \frac{H}{B} \sim H. \quad (7.11)$$

Как видно из соотношений (7.9)–(7.11), магнитоэлектрическое взаимодействие существенно влияет на нормальную остаточную намагниченность.

7.2. Кристаллизационная намагниченность

Как уже отмечалось в разделе 1.4.7, для описания механизма перемангничивания при образовании магнитного минерала из немагнитного Г. Хайгом [126] была предложена теоретическая модель, в которой химическая реакция рассматривается как процесс образования зародышей магнитного минерала. Поведение образовавшихся частиц может быть описано с помощью теории тепловых флуктуаций однодоменных невзаимодействующих

частиц, разработанной Неелем [39]. Используя модель Г. Хайга Ф. Стейси [127] получил выражение для остаточной намагниченности однодоменных зёрен, растущих при $T < T_c$, названную Р. Доллом [179] «кристаллизационной»:

$$I_{rc} = cI_s \operatorname{th} \frac{v_b I_s H}{k_B}. \quad (7.12)$$

Эта формула позволяет оценить намагниченность лишь в частном случае невзаимодействующих частиц, одинаковых по объёму и критическим полям. Но при образовании магнитного минерала его концентрация в определённых областях (например, на поверхности образца, где происходит реакция окисления) может быть велика, т. е. нельзя пренебречь магнито-статическим взаимодействием частиц. В этой связи представляется полезным обобщить подход Хайга на случай сильновзаимодействующих частиц.

Как следует из результатов пункта 6.1, кристаллизационная намагниченность определяется зёрнами с $v > v_b(H_i)$ (см. (6.2)). Пусть ансамбль представляет собой совокупность однодоменных одноосных однородных по химическому составу взаимодействующих частиц, оси лёгкого намагничивания которых параллельны внешнему полю \mathbf{H} ($H \ll H_0$, где H_0 — критическое поле частицы). На диаграмме $\{v, H_i\}$ (рис. 7.1) каждой точке сопоставляется зерно с магнитным моментом \mathbf{m}_{ef} , определяемым соотношением (6.3). Таким образом, расчёт I_{rc} сводится к суммированию по магнитным моментам частиц, изображающие точки которых расположены в заштрихованной области диаграммы:

$$I_{rc} = \frac{1}{V} \int \frac{dH_i}{2B(v'_m)} \int (m_{ef+} - m_{ef-}) g(v) dv, \quad (7.13)$$

где v'_m — меняющийся с ростом зёрен объём v_m , находящийся из соотношения (6.3) при параллельной и антипараллельной ориентациях \mathbf{H} и \mathbf{H}_i соответственно. Следует обратить внимание на то, что поле взаимодействия на каждой частице может меняться как по величине, так и по направлению, потому что процесс рождения ферромагнитных зёрен продолжается постоянно, пока идёт реакция. Отсюда ясно, что вклад в остаточную намагниченность вносят только те частицы, у которых $v > v_b \approx \frac{50k_B T}{I_s(T_b)H_0(T_b)}$.

Вычисления по формуле (7.13) значительно упрощаются, если разделить ансамбль на частицы, моменты которых блокируются в «слабых» ($H_i \ll k_B T_b / (v_b I_s) = H^*$) и «сильных» ($H_i \gg H^*$) полях, и считать, что соотношения

$$(m_{ef+} - m_{ef-}) = \begin{cases} 2m \operatorname{th} \frac{H}{H^*}, & H_i \ll H^*, \\ 0, & H_i \gg H^*, \end{cases} \quad (7.14)$$

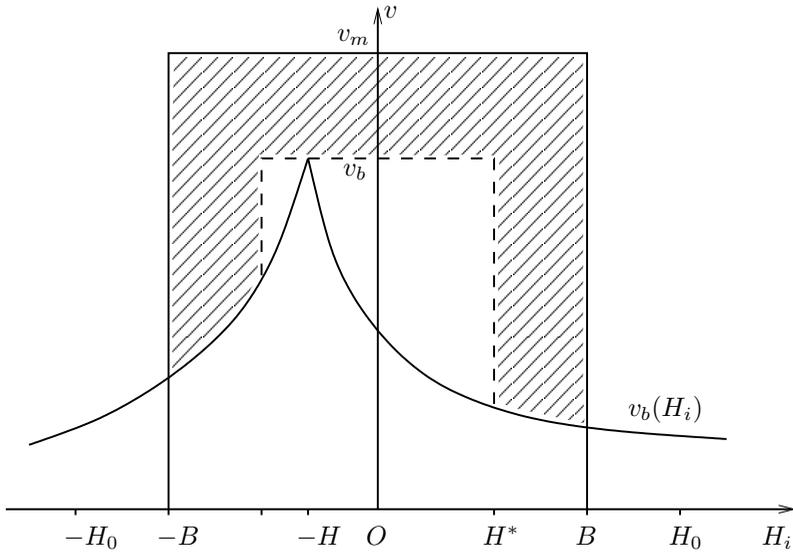


Рис. 7.1. Диаграмма $\{v, H_i\}$, каждой точке которой сопоставляется частица с моментом m_{ef} . Частицы, изображающие точки которых находятся в заштрихованной области, определяют I_{rc} . Обозначения см. в тексте.

выполняются точно вплоть до H^* . В выбранном приближении зёрна, моменты которых блокируются в сильных полях, вообще не участвуют в создании остаточной намагниченности. Отметим также, что для подсистемы с $H_i < H^*$ блокирующий объём почти не зависит от H_i . Действительно, из выражения (6.2) имеем, что при $H_i = H^* \approx H_0/50$ блокирующий объём $v_b(H_i) \approx 0.96v_b$. То есть, в дальнейшем для подсистемы с $H_i < H^*$ примем, что $v_b(H_i) \approx v_b$.

Если при $v_m > v_b$ характерное поле взаимодействия B не превышает H^* , то согласно (7.13) и (7.14)

$$I_{rc} = \frac{1}{V} \int_{v_b}^{v_m} g(v) dv \int_0^{B(v'_m)} m \operatorname{th} \frac{H}{H^*} \cdot \frac{dH_i}{B(v'_m)} = cI_s \left(1 - \frac{v_b^2}{v_m^2} \right) \operatorname{th} \frac{H}{H^*}, \quad (7.15)$$

где $c = g_0 v_m^2 / (2V)$. Так как во время роста частиц характерное поле $B = B(v_m)$, то для более точного расчёта необходимо учитывать изменение B (см. раздел 6.1). Но вследствие быстрого нарастания характерного поля взаимодействия до максимального значения, как это видно на рис. 6.1, 6.2, для достаточно больших концентраций, например, в случае

магнетита $c > 0.01$, можно принять, что при $v_b > v_m$ поле $B \approx B_s$. Тогда, если $H^* < B_s \leq H_0 - H$,

$$I_{rc} = \frac{1}{V} \int_{v_b}^{v_m} g(v) dv \int_0^{H^*} m \operatorname{th} \frac{H}{H^*} \cdot \frac{dH_i}{B_s} = cI_s \left(1 - \frac{v_b^2}{v_m^2}\right) \operatorname{th} \frac{H}{B_s}. \quad (7.16)$$

В интервале $H_0 - H < B_s \leq H_0$ процесс намагничивания связан уже не только с блокированием магнитных моментов в слабых полях, но и с перемагничиванием частиц в полях $H_0 - H < H_i \leq B_s$. Добавочная намагничённость ΔI_{rc} , обусловленная вторым процессом, равна

$$\Delta I_{rc} = \frac{1}{V} \int_{v_b}^{v_m} g(v) dv \int_{H_0-H}^{B_s} m \frac{dH_i}{B_s} = \frac{1}{2} cI_s \left(1 - \frac{v_b^2}{v_m^2}\right) \left(1 - \frac{H_0 - H}{B_s}\right). \quad (7.17)$$

Коэффициент $1/2$ в (7.17) появился в связи с тем, что расчёты проводились в приближении слабого внешнего поля $H \ll H_0$ и, вследствие этого симметричного распределения по полям взаимодействия, т. е. примерно половина моментов считаются ориентированными против внешнего поля. Если $B_s > H$, то

$$\Delta I_{rc} = \frac{1}{2} cI_s \left(1 - \frac{v_b^2}{v_m^2}\right) \frac{H}{B_s}. \quad (7.18)$$

Понятно, что в процессе кристаллизации в зависимости от того, каким образом изменяется объём ансамбля V , концентрация ферритмагнетика c может возрастать или оставаться постоянной. На самом деле, так как $V \sim v_m^\alpha$ [180, 181], то $c \sim v_m^{2-\alpha}$, где показатель степени может принимать значения в пределах от 0 до 2. Если концентрация постоянна, что соответствует увеличению V пропорционально приросту объёма ферритмагнитного вещества, то, согласно (7.15)–(7.18), намагничённость довольно быстро нарастает до максимальной величины, определяемой критическим полем H_0 и объёмной концентрацией c . Когда же объём, занимаемый ферритмагнетиком, не меняется, то $c \sim v_m^2$. В этом предельном случае рост намагничённости будет продолжаться до тех пор, пока не закончится химическая реакция. В отличие от I_{rc} ансамбля слабодействующих частиц ($B < H^*$), которая пропорциональна c , намагничённость системы сильновзаимодействующих частиц ($B > H^*$), как видно из (7.16)–(7.18) и (2.13), вообще не зависит от объёмной концентрации, если $c < 0.07$, и $I_{rc} \sim \sqrt{c}$, если $c > 0.07$.

Если известна функция распределения $\Phi(H_0)$ частиц по критическим полям, то кристаллизационная намагничённость рассчитывается следующим

щим образом:

$$I_{rc} = \int_{H_m}^{H_2} I_{rc}(H_0) \Phi(H_0) dH_0. \quad (7.19)$$

Здесь H_2 — максимальное критическое поле, $H_m = 50k_B T_b / (v_m I_s(T_b))$ — минимальное критическое поле частиц, вовлекаемых в процесс намагничивания, а $I_{rc}(H_0)$ определяется выражениями (7.15)–(7.18). Расчёт проведём в приближении равномерной функции распределения

$$\Phi(H_0) = \begin{cases} 1/(H_2 - H_1), & H_1 \leq H_0 \leq H_2, \\ 0, & H_0 < H_1, H_0 > H_2 \end{cases} \quad (7.20)$$

и $H_0 > 50H$, т. е. $H^* > H$. Последнее условие почти всегда выполняется при внешнем поле H порядка геомагнитного для большинства ферромагнитных минералов в широком диапазоне температур.

В случае слабовзаимодействующих частиц (характерное поле $B < H_1^* \approx H_1/50$) из формул (7.19) и (7.15) с учётом принятых предположений имеем:

$$I_{rc} = cI_s \frac{1}{H_2 - H_1} \int_{H_m}^{H_2} \frac{50H}{H_0} \left(1 - \frac{H_m^2}{H_0^2}\right) dH. \quad (7.21)$$

Если параметр H_m становится меньше минимального критического поля H_1 , то нижний предел интегрирования в (7.21) следует заменить на H_1 , так как весь спектр критических полей охвачен и далее I_{rc} изменяется только за счёт роста объёмов зёрен, участвующих в создании намагниченности. Итак, при $B \leq H_1^*$ имеем:

$$I_{rc} = \begin{cases} cI_s \frac{H}{H_2^*} \frac{\ln \frac{H_2}{H_m} - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{H_m^2}{H_2^2}\right)}{1 - \frac{H_1}{H_2}}, & H_1 \leq H_m \leq H_2, \\ cI_s \frac{H}{H_2^*} \frac{\ln \frac{H_2}{H_1} - \frac{1}{2} \frac{H_m^2}{H_1^2} \left(1 - \frac{H_1^2}{H_2^2}\right)}{1 - \frac{H_1}{H_2}}, & H_m < H_1, \end{cases} \quad (7.22)$$

где $H_2^* \approx H_2/50$. В том же приближении для сильновзаимодействующих частиц ($H_2^* \leq B \leq H_1$) получим (см. (7.19) и (7.16)):

$$I_{rc} = \begin{cases} cI_s \frac{H}{B} \left(1 - \frac{H_m^2}{H_2^2}\right) \left(1 - \frac{H_1}{H_2}\right)^{-1}, & H_1 \leq H_m \leq H_2, \\ cI_s \frac{H}{B} \left(1 - \frac{H_m^2}{H_1 H_2}\right), & H_m < H_1. \end{cases} \quad (7.23)$$

Ясно, что при $B \geq H_2$ намагниченность I_{rc} , как это следует из (7.19) и (7.18), будет в полтора раза больше, чем в случае, рассчитанном по формуле (7.23). Аналогичным образом можно рассчитать I_{rc} .

Анализ соотношений (7.22) и (7.23) для широкого спектра критических полей позволяет сделать следующие выводы. При достаточно большом объёме v_m , удовлетворяющем условию $H_m < H_1 \ll H_2$, намагниченность сильновзаимодействующих зёрен достигает максимального значения $(1 \div 1.5) \cdot cI_s H/B$, которое не зависит от ширины спектра критических полей. В то же время максимальная намагниченность слабовзаимодействующих частиц равна $cI_s H/H^*$ для узкого и $cI_s (H/H_2^*) \ln(H_2/H_1)$ для широкого спектра H_0 соответственно. Следовательно, при равномерном распределении по критическим полям основной вклад в I_{rc} ансамбля слабовзаимодействующих частиц дают низкокоэрцитивные зёрна.

Полученные результаты можно обобщить на случай хаотического распределения «лёгких осей» намагничивания. Используя (6.38)–(6.40), рассчитаем I_{rc} ансамбля частиц с узким спектром критических полей:

$$I_{rc} = \frac{1}{V} \int_0^{\pi/2} \sin \theta d\theta \int_{v_b}^{v_m} v I_s (n_+ - n_-) \cos \theta g(v) dv. \quad (7.24)$$

Здесь разность $(n_+ - n_-)$ относительного числа частиц, магнитные моменты которых составляют острый и тупой угол с полем \mathbf{H} , определяется следующим образом:

$$(n_+ - n_-) = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} \psi(\theta) \sin \theta d\theta - \frac{1}{2} \int_{\pi/2}^{\pi} \psi(\theta) \sin \theta d\theta. \quad (7.25)$$

Тогда в зависимости от интенсивности взаимодействия имеем:

$$I_{rc} = \frac{1}{4} cI_s \frac{H}{H^*} \left(1 - \frac{v_b^2}{v_m^2} \right), \quad B \leq H^* \quad (7.26)$$

$$I_{rc} = \frac{1}{4} cI_s \frac{H}{B} \left(1 - \frac{v_b^2}{v_m^2} \right) \left[1 + 2 \ln \left(1 + \frac{B}{H_0} \right) \right], \quad B \geq H^*. \quad (7.27)$$

Следует обратить внимание на то, что формула (7.27) с точностью до членов второго порядка малости верна и при $B > H_0$. Сравнивая выражение (7.27) с (7.16) и (7.17) видим, что они отличаются не только коэффициентом, но и зависимостью от критического поля. При слабом взаимодействии зависимость I_{rc} от H_0 остается прежней (см. (7.15) и (7.26)).

Пусть $\Phi(H_0) = 1/(H_2 - H_1)$, если $H_1 \leq H_0 \leq H_2$. Для ансамбля сильновзаимодействующих частиц с широким спектром критических полей I_{rc} находится интегрированием по H_0 и θ выражения (7.24) с учётом вида

функции $\psi(\theta)$. Наиболее простые соотношения получим в случае очень широкого спектра, когда $H_m < H_1 \ll H_2$:

$$I_{rc} = \begin{cases} \frac{1}{4}cI_s \frac{H}{B} \left\{ 1 + \frac{2B}{H_2} \left[\ln \frac{H_2}{H_1} + 1 - \right. \right. \\ \left. \left. - \left(1 + \frac{H_1}{B} \right) \ln \left(1 + \frac{B}{H_1} \right) \right] \right\}, & H_2^* \leq B \leq H_1, \\ \frac{1}{4}cI_s \frac{H}{B} \left\{ 1 + 2 \left[\left(1 + \frac{B}{H_2} \right) \ln \left(1 + \frac{B}{H_2} \right) - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{B}{H_2} \left(\ln \frac{B}{H_2} + \frac{H_1}{B} \ln \frac{B}{H_1} \right) \right] \right\}, & B > H_2. \end{cases} \quad (7.28)$$

Таким образом, учёт распределения осей лёгкого намагничивания приводит к следующим результатам. Если объём v_m достаточно велик, т. е. $H_m < H_1 \ll H_2$ (широкий спектр), то максимальная величина I_{rc} системы сильновзаимодействующих частиц тем больше, чем меньше критические поля зёрен, участвующих в образовании намагниченности (см. (7.28)). Подобным же образом из (7.24) следует, что максимальное значение $I_{rc} = \frac{1}{4}cI_s \frac{H}{B} \left[1 + 2 \ln \left(1 + \frac{B}{H_0} \right) \right]$ больше для низкокоэрцитивных зёрен, хотя зависимость от критического поля здесь слабее, чем в предыдущем варианте. Для ансамбля слабовзаимодействующих частиц остается в силе вывод, сделанный в конце первого параграфа настоящей главы: основной вклад в I_{rc} дают низкокоэрцитивные зёрна.

7.3. Некоторые диагностические признаки термоостаточной и химической намагниченностей ансамбля однодоменных частиц

Успешное решение задач палеомагнетизма во многом определяется достоверностью диагностики первичной компоненты остаточной намагниченности I_n , которая генетически связана с условиями образования горной породы.

Обычно при выделении первичной компоненты I_n используют различные величин и стабильностей, а также коэрцитивных спектров основных видов остаточной намагниченности (см., например, [182]). Другие авторы [128, 183] предлагают в качестве одного из диагностических признаков использовать отношение остаточной намагниченности I_{rx} к идеальной I_{ri} .

Оценки отношения термоостаточной намагниченности к идеальной $R_t = I_{rt}/I_{ri}$, проведённые для ансамбля одинаковых [164] и различающихся по коэрцитивности [165] однодоменных частиц, показывают, что $R_t < 1$ для системы слабовзаимодействующих зёрен и $R_t > 2$, если взаимодействие велико. Приведённые значения R_t не противоречат результатам измерений [184, 185].

Экспериментальное исследование химической намагниченности I_{rc} и сравнение её с идеальной проводилось на различных объектах [128, 186, 187]. Оказалось, что отношение $R_c = I_{rc}/I_{ri}$ зависит от типа химической реакции, в результате которой образовалась I_{rc} . Так, если ферритмагнетик образуется из немагнитного минерала, например, магнетит из пирита [128], то $R_c \in [1.0, 1.4]$. В случае преобразования одного ферритмагнетика в другой $R_c \in [0.6, 0.9]$ (при распаде титаномаггемита [186]) и $R_c \ll 1$ (превращение гидрогетита в гематит [187]). В целом, качественные оценки R_c ансамбля одинаковых однодоменных зёрен [188] согласуются с указанными выше значениями.

Сравнение отношений R_t и R_c , рассчитанных разными авторами, затруднено из-за обилия упрощающих предположений, используемых при оценке термоостаточной и химической намагниченностей. В данном разделе расчёт R_t и R_c проводится в рамках модели неодинаковых по объёму и коэрцитивности однодоменных взаимодействующих частиц, основные положения которой излагались выше. Перечислим эти положения:

1. Рассматривается система однородных по химическому составу однодоменных взаимодействующих частиц, изменение магнитного момента которых осуществляется за счёт однородного вращения.
2. В силу хаотичного распределения магнитных осей зёрен принимается, что оси $1/3$ от общего числа частиц ориентированы по направлению внешнего поля \mathbf{H} , а оси остальных перпендикулярны \mathbf{H} .
3. Считается, что направления поля взаимодействия хаотичны, а модуль \mathbf{H}_i распределён равномерно:

$$W(H_i) = \begin{cases} 1/B, & 0 \leq H_i \leq B, \\ 0, & H_i > B, \end{cases} \quad (7.29)$$

где B — характерное поле магнитоэстатического взаимодействия.

4. Взаимодействие частиц в ансамбле является слабым, если $B < H^*$ (здесь $H^* = k_B T/v_b \approx H_0/50$, H_0 — критическое поле перемангничивания частицы, v_b — блокирующий объём). В случае $B > H^*$ ансамбль сильно-взаимодействующий.

5. Распределение частиц по объёмам v и критическим полям считается

равномерным:

$$g(v) = \begin{cases} 1/v_m, & 0 < v \leq v_m, \\ 0, & v > v_m, \end{cases} \quad f(H_0) = \begin{cases} 1/H_{\max}, & 0 < H_0 \leq H_{\max}, \\ 0, & H_0 > H_{\max}, \end{cases} \quad (7.30)$$

здесь v_m и H_{\max} — максимальный объём и максимальное критическое поле частиц соответственно.

7.3.1. Термоостаточная намагниченность

Для расчёта I_{rt} воспользуемся диаграммой Нееля $\{v, H_0\}$, каждой точке которой сопоставлена частица с объёмом v и критическим полем H_0 [39] (см. рис. 7.2). Зёрнам, магнитные моменты которых блокированы, соответствует область, расположенная выше кривой постоянного времени релаксации —

$$H_0(v) = \frac{v_{b \min}}{v} H_{\max}, \quad (7.31)$$

где $v_{b \min} = 50k_B T / (I_s H_{\max})$ — минимальный объём блокирования. Частицам, блокирующимся в слабых полях взаимодействия, соответствует

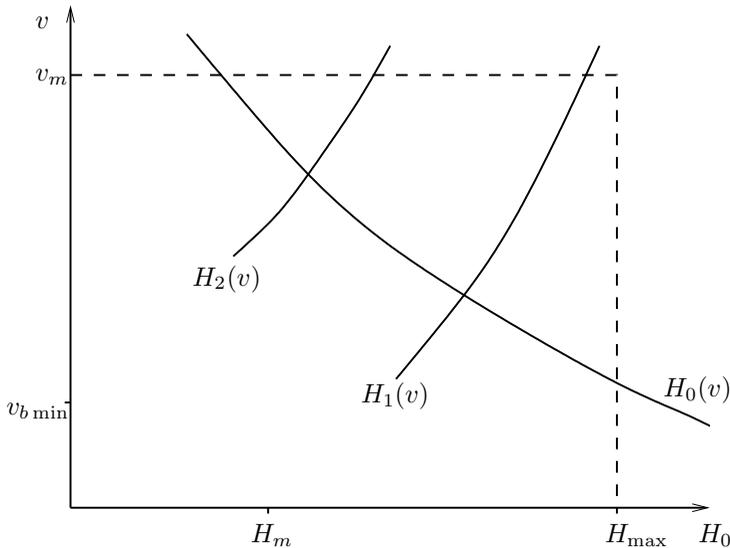


Рис. 7.2. Диаграмма Нееля $\{v, H_0\}$. $H_0(v)$ — кривая постоянного времени релаксации, кривые $H_1(v)$ и $H_2(v)$ разделяют области, соответствующие частицам, которые блокируются в слабых и сильных полях взаимодействия.

область, расположенная правее кривой $H_1(v)$, а сильно взаимодействующим частицам — между кривыми $H_1(v)$ и $H_2(v)$. И, наконец, если частицы блокируются при $B > H_0$, то изображающие их точки попадут в область левее кривой $H_2(v)$. Вид $H_1(v)$ и $H_2(v)$ нетрудно установить, если известна температурная зависимость намагниченности насыщения и критического поля. Воспользуемся теоретической зависимостью $I_s(T)$ и $H_0(T)$:

$$I_s(T) = I_s(T_0) \sqrt{\frac{T_c - T}{T_c - T_0}}, \quad H_0(T) \sim I_s^\alpha(T), \quad (7.32)$$

здесь T_c — температура Кюри, T_0 — конечная температура, $\alpha = 1$ и 2 для вытянутых и сферических частиц соответственно. Если при температуре блокирования T_b ансамбль слабовзаимодействующий, то

$$B(T_b) \leq H^*(T_b), \quad (7.33)$$

где T_b определяется из уравнения

$$v = v_b \equiv \frac{50k_B T_b}{I_s(T_b) H_0(T_b)}. \quad (7.34)$$

С учётом (7.32) условие блокирования (7.34) можно переписать в виде:

$$j_b^{\alpha-1} [j_b^2 - (1-t)] - \frac{v}{v_b \min} \frac{H_0}{H_{\max}} t = 0. \quad (7.35)$$

Здесь $j_b = I_s(T_0)/I_s(T_b)$, $t = T_0/T_c$. Из соотношений (7.33) и (7.35) следует, что уравнение кривой, определяющей на диаграмме $\{v, H_0\}$ границу между сильно- и слабовзаимодействующими частицами, имеет вид

$$H_1(v) = 50B(T_0) \left\{ 1 + t \left[\frac{50B(T_0)v}{H_{\max}(T_0)v_b \min(T_0)} - 1 \right] \right\}^{\frac{\alpha-1}{2}}, \quad (7.36)$$

аналогично находится $H_2(v)$:

$$H_2(v) = B(T_0) \left\{ 1 + t \left[\frac{B(T_0)v}{H_{\max}(T_0)v_b \min(T_0)} - 1 \right] \right\}^{\frac{\alpha-1}{2}}. \quad (7.37)$$

Воспользуемся результатами работы [189], в которой показано, что средний магнитный момент совокупности одинаковых по объёму и коэр-

цitivityности блокированных частиц, наведённый во внешнем поле \mathbf{H} , равен

$$\langle M(T, v, H_0) \rangle = \begin{cases} m(T) \operatorname{th} \frac{H}{H^*(T_b)}, & B \leq H^*, \\ m(T) \frac{H^*(T_b)}{B(T_b)} \operatorname{th} \frac{H}{H^*(T_b)}, & H^* < B < H_0, \\ m(T) \left\{ \frac{H^*(T_b)}{B(T_b)} \operatorname{th} \frac{H}{H^*(T_b)} + \frac{H}{2B(T_b)} \right\}, & B > H_0. \end{cases} \quad (7.38)$$

Таким образом, расчёт термоостаточной намагниченности сводится к суммированию по магнитным моментам частиц, изображающие точки которых на диаграмме $\{v, H_0\}$ окажутся в области $v_{b \min} \leq v \leq v_m$ и $H_0(v) \leq H_0 \leq H_{\max}$:

$$I_{rt} = \frac{N}{3V} \iint \langle M(T, v, H_0) \rangle g(v) dv f(H_0) dH_0. \quad (7.39)$$

Соотношения (7.35)–(7.39) позволяют рассчитать I_{rt} при любом распределении частиц по коэрцитивности и объёмам. Если спектр критических полей узок, т. е. распределён вблизи некоторого поля H_0 , то выражение для I_{rt} значительно упрощается:

$$I_{rt} = \frac{N}{3V} \iint \langle M(T, v, H_0) \rangle g(v) dv. \quad (7.40)$$

7.3.2. Химическая остаточная намагниченность

Расчёт химической намагниченности, образующейся в результате роста объёмов зёрен, можно провести, используя формулы (7.35)–(7.40). Оценка I_{rc} в приближении малого внешнего поля $H \ll H_0$ проводилась нами в предыдущем параграфе. Поэтому для сравнения I_{rc} с I_{rt} воспользуемся полученными аналитическими соотношениями, определяющими химическую намагниченность.

7.3.3. Идеальная намагниченность

Оценка идеальной намагниченности упрощается, если пренебречь термическими флуктуациями магнитных моментов частиц в переменном поле, величина которого сравнима с критическим. Расчёт I_{ri} , проведённый в [190], даёт при $B \geq H$:

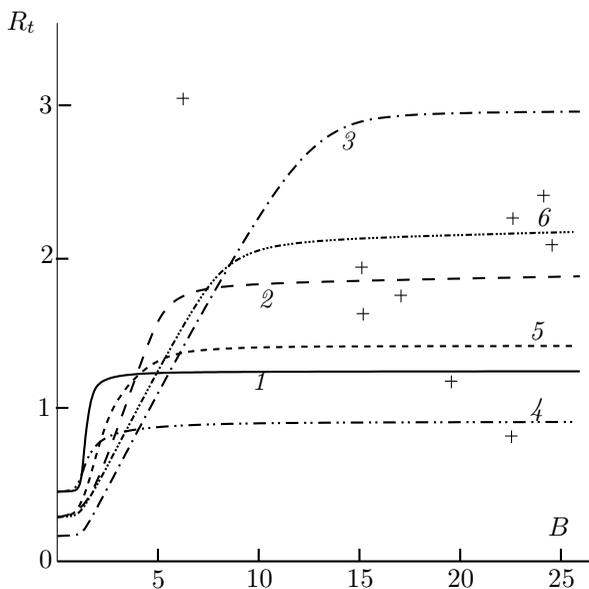


Рис. 7.3. Зависимость R_t от поля взаимодействия B . Кривые 1, 2, 3 соответствуют узкому спектру с $H_0 = 100, 400$ и 1600 Э. Кривые 4, 5, 6 — широкому спектру с $H_{\max} = 100, 400$ и 1600 Э. Крестиками обозначены экспериментальные данные [185].

$$I_{ri} = \begin{cases} \frac{1}{3} c I_s \frac{H}{B} \left[1 - \left(\frac{H_m}{H_{0\max}} \right)^2 \right], & \text{если спектр } H_0 \text{ узок,} \\ \frac{1}{3} c I_s \frac{H}{B} \left[1 - \frac{H_m}{H_{0\max}} \right]^2, & \text{если спектр } H_0 \text{ широк,} \end{cases} \quad (7.41)$$

$H_m = 50k_B T / (I_s v_m)$ — минимальное критическое поле заблокированных частиц. Соотношениями (7.41) можно воспользоваться и при $B < H$, положив в них $H/B = 1$.

7.3.4. Сравнение отношений R_t и R_c

Расчёт отношений R_t и R_c проводится для ансамбля частиц магнетита, находящихся во внешнем поле $H = 0.5$ Э. Зависимость R_t от коэрцитивности частиц и интенсивности магнитостатического воздействия представлена на рис. 7.3. Выделим основные закономерности поведения R_t . В случае

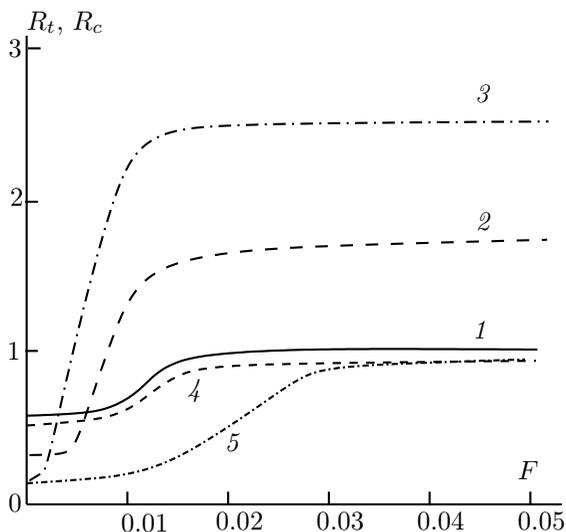


Рис. 7.4. Зависимость R_t и R_c от фактора F . Кривые 1, 2, 3 показывают зависимость R_t от F при $H_{\max} = 100, 400$ и 1600 Э. Кривые 4, 5 — R_c от F при $H_{\max} = 100$ и 400 Э.

узкого спектра H_0 в полях взаимодействия $B < H < H^*$ идеальная и термоустойчивая намагниченности не зависят от B , поэтому R_t постоянно и равно $0.1 \div 0.4$, причём меньшим критическим полям соответствует большое значение R_t . При $H \leq B \leq H^*$ намагниченность $I_{ri} \sim 1/B$, а I_{rt} не зависит от B , т. е. $R_t \sim B$. Если же $H < H^* \leq B$, то $I_{ri} \sim 1/B$ и $I_{rt} \sim 1/B$. Таким образом, как и при $B < H$, отношение R_c не зависит от взаимодействия, возрастая с увеличением коэрцитивности от 1.2 при $H_0 = 100$ Э до 3.0 при $H_0 = 1600$ Э. Зависимость $R_t = R_t(B)$ ансамбля частиц с широким спектром (рис. 7.3) качественно не отличается от рассмотренной выше, хотя значения R_t в области $B > H_{\max}/50$ занижаются в $0.8 \div 2.2$ раз по сравнению с R_t ансамбля, спектр H_0 которого узок. Результаты измерений [185], отмеченные на рис. 7.3 крестиками, достаточно хорошо укладываются в область рассчитанных значений R_t .

На рис. 7.4 приведена зависимость отношений R_t и R_c от фактора F (см. [165]), рассчитанных для ансамбля с широким спектром критических полей. Ход кривых $R_t = R_t(F)$ подобен $R_t = R_t(B)$, что вполне естественно, так как при $F \ll 1$ фактор $F \sim B/H_{\max}$. Сравнивая R_t и R_c , нетрудно заметить, что с увеличением H_{\max} параметр R_c достигает предельного значения при больших F (или B), чем R_t .

В этом нашёл отражение тот факт, что химическая намагниченность, в

основном, обусловлена низкокоэрцитивными, а термоостаточная — высококоэрцитивными зёрнами. Отметим также, что в указанном диапазоне полей взаимодействия, наблюдаемом экспериментально ($B \approx 3 \div 30$ Э) [184, 185], максимальное значение $R_c \approx 1$, в то время как R_t зависит от коэрцитивности. Таким образом, при диагностике термоостаточной и химической намагниченностей однодоменных частиц знания величины отношений R_t и R_c недостаточно. Необходима дополнительная информация о коэрцитивности и интенсивности взаимодействия зёрен.

7.4. Особенности процесса намагничивания в ансамблях разной конфигурации

В приближении малого внешнего поля намагничивание одномерного ансамбля возможно лишь за счёт полей взаимодействия H_i , сравнимых или больших H_0 . Причём магнитные моменты частиц, на которых $H_i \geq H_0 - H$, ориентируются по внешнему полю \mathbf{H} , а частицы, находящиеся в полях $H_i \leq -(H_0 + H)$, намагничиваются против \mathbf{H} . Число частиц, магнитный момент которых параллелен (N_+) или антипараллелен (N_-) внешнему полю, легко подсчитать:

$$N_+ = N \int_{H_0-H}^{\infty} W(H) dH, \quad N_- = N \int_{-\infty}^{-(H_0+H)} W(H) dH. \quad (7.42)$$

Разность ($N_+ - N_-$) и определяет нормальную остаточную намагниченность ансамбля

$$I_r(H) = \frac{m}{V} (N_+ - N_-) = \frac{mN}{V} \int_{-(H_0+H)}^{H_0-H} W(H) dH, \quad (7.43)$$

где V — объём ансамбля. В силу малости намагниченности в слабых полях ($H \ll H_0$) распределение полей взаимодействия почти симметрично, поэтому соотношение (7.43) можно привести к виду:

$$I_r(H) = cI_s \int_{H_0-H}^{H_0+H} W(H) dH \approx 2cI_s W(H_0)H. \quad (7.44)$$

Понятно, что максимальное поле взаимодействия не может быть больше I_s , поэтому данную задачу имеет смысл рассматривать при $H_0 \lesssim I_s$.

В случае двухмерного ансамбля при ориентации магнитных моментов частиц перпендикулярно плоскости слоя процесс намагничивания не отличается от намагничивания цепочки. Если же моменты частиц ориентированы параллельно плоскости или распределены по объёму, то вектор

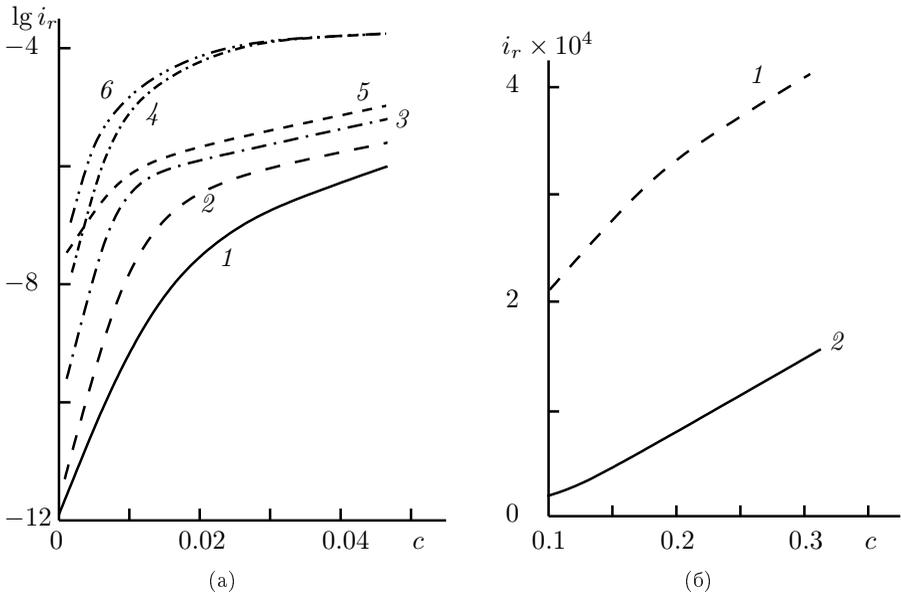


Рис. 7.5. Зависимость $i_r = I_r/I_s$ от концентрации c ферромагнетика: (а) — малые концентрации. Кривые 1 и 2 отвечают одномерному, кривые 3 и 4 — двумерному, 5 и 6 — трёхмерному ансамблям; $H_0 = 100$ и 400 Э соответственно для каждого случая; (б) — большие концентрации. Кривая 1 — при $H_0 = 100$ Э, кривая 2 — при $H_0 = 400$ Э.

поля взаимодействия \mathbf{H}_i направлен под углом к оси частицы, что занижает критическое поле [168] и, следовательно, увеличивает намагниченность. Однако, хаотизация магнитных моментов частиц в больших полях взаимодействия ($B > H_0$) должна привести к уменьшению остаточной намагниченности. Поэтому с точностью до коэффициента, учитывающего хаотичность распределения полей взаимодействия, для двух- и трёхмерного ансамблей можно пользоваться формулой (7.44). Естественно, что при этом функция распределения $W(H_0)$ должна соответствовать рассматриваемой задаче.

Из соотношения (7.44) следует, что остаточная намагниченность существенно зависит от интенсивности магнитоэстатического взаимодействия, которое определяется концентрацией магнитных зёрен. На рис. 7.5.а видно, что с увеличением концентрации ферромагнетика I_r растёт нелинейно, причём наиболее существенные изменения претерпевает намагниченность одномерного ансамбля. Естественно, что намагниченность высококоэрцитивных частиц меньше, чем низкокоэрцитивных. В случае больших кон-

центраций поля взаимодействия распределены по нормальному закону и в соответствии с формулой (7.44)

$$I_r(H) = 2cI_s \frac{H}{\sqrt{2\pi B}} \exp \left\{ -\frac{H_0^2}{2B^2} \right\}. \quad (7.45)$$

Так как распределение Гаусса для полей взаимодействия выполняется, в основном, в трёхмерном случае, то формула (7.45) определяет намагниченность только трёхмерного ансамбля (см. рис. 7.5.б). В указанном интервале концентраций нормальная остаточная намагниченность практически пропорциональна концентрации ферромагнетика. Отметим также, что при концентрациях c от 0.01 до 0.05 и критическом поле $H_0 = 400$ Э относительная намагниченность I_r/I_s одномерного ансамбля меняется в пределах $0.5 \cdot 10^{-9} \div 10^{-6}$, двухмерного — $0.5 \cdot 10^{-6} \div 10^{-5}$, трёхмерного — $10^{-5} \div 10^{-4}$. Это не противоречит результатам измерений I_{rs}/I_s [169].

Таким образом:

1. Нормальную намагниченность ансамбля однодоменных частиц в малом внешнем поле определяют лишь те частицы, критические поля которых меньше поля взаимодействия.

2. Концентрационная зависимость I_r практически линейна в области больших c и существенно нелинейна при малых концентрациях.

7.5. Анизотропия остаточной намагниченности как результат магнитостатического взаимодействия частиц

Анизотропию магнитных свойств горных пород обычно связывают с упорядочением длинных осей магнитных частиц (см., например, [152]). Основной причиной такого упорядочения чаще всего называют наличие направленных давлений в процессе кристаллизации минералов [191, 192]. Вместе с тем возникновение анизотропии может быть связано с формой тела, так как намагничивание идёт не только во внешнем поле, но и в поле, создаваемом самим телом [182]. Если ферромагнитные частицы распределены в тонком слое (например, ансамбль сферических зёрен магнетита, образующихся на поверхности пирита [123]), то их магнитостатическое взаимодействие анизотропно, и это должно привести к анизотропии измеряемых магнитных характеристик.

В данном разделе теоретически исследуется анизотропия остаточной намагниченности насыщения I_{rs} диполь-дипольно взаимодействующих однодоменных частиц, расположенных в немагнитной матрице, представ-

ляющей собой монослой. Предполагается, что оси 1/3 частиц ориентированы в заданном направлении \mathbf{l} , оси остальных перпендикулярны \mathbf{l} .

Взаимодействие приводит к тому, что после снятия постоянного поля насыщения магнитные моменты частиц, на которых поле $H_i > H_0$, ориентируются по полю \mathbf{H}_i . Следовательно, остаточная намагниченность насыщения равна

$$I_{rs} = \frac{cI_s}{3} \left(\int_{-H_0}^{\infty} W(H_i) dH_i - \int_{-\infty}^{-H_0} W(H_i) dH_i \right) = \frac{cI_s}{3} \left(1 - 2 \int_{-\infty}^{-H_0} W(H_i) dH_i \right). \quad (7.46)$$

Введём безразмерные величины $\mu = 3I_{rs}/(cI_s)$, $h_0 = H_0/I_s$, $h_i = H_i/I_s$ и, учитывая результаты п. 6.2, запишем выражения для остаточной намагниченности насыщения:

$$c \gtrsim 0.1, \quad \mu = \operatorname{Erf} \left(\frac{h_0 + d_c \mu}{\sqrt{2ce}} \right); \quad (7.47)$$

$$c \lesssim 0.1, \quad \mu = 1 - \frac{2}{\pi} \int_{-\infty}^{h_0} dh_i \int_0^{\infty} \exp \left\{ -c (b\rho)^{\frac{2}{3}} \right\} \cos \left\{ \rho h_i \pm (a\rho)^{\frac{2}{3}} c\mu \right\} d\rho. \quad (7.48)$$

В соотношении (7.47) $\operatorname{Erf}(x)$ — интеграл ошибок. Решая интегральные уравнения (7.47) и (7.48) относительно μ , можно рассчитать остаточную намагниченность, которую приобретает монослой в поле насыщения. Как видно из рисунка 7.6, взаимодействие по-разному влияет на процесс намагничивания. С одной стороны, оно хаотизирует магнитные моменты, с другой — поле взаимодействия может способствовать либо препятствовать процессу намагничивания. При намагничивании параллельно слою это приводит как бы к «эффективному» увеличению критического поля частиц и, следовательно, уменьшает хаотичность магнитных моментов. Если же намагничивать монослой в перпендикулярном направлении, то «эффективное» критическое поле частицы занижается за счёт того, что среднее поле взаимодействия противоположно внешнему.

Поэтому остаточная намагниченность насыщения μ с ростом концентрации ферромагнетика в случае «перпендикулярного» намагничивания монотонно убывает, а при намагничивании параллельно слою имеет минимум в области $c \approx 0.05 \div 0.10$.

Мерой анизотропии, возникающей за счёт взаимодействия ферромагнитных частиц в тонком слое, может служить отношение (см. [152, 193]):

$$A_{rs} = I_{rs \min} / I_{rs \max} = \mu_{\perp} / \mu_{\parallel}, \quad (7.49)$$

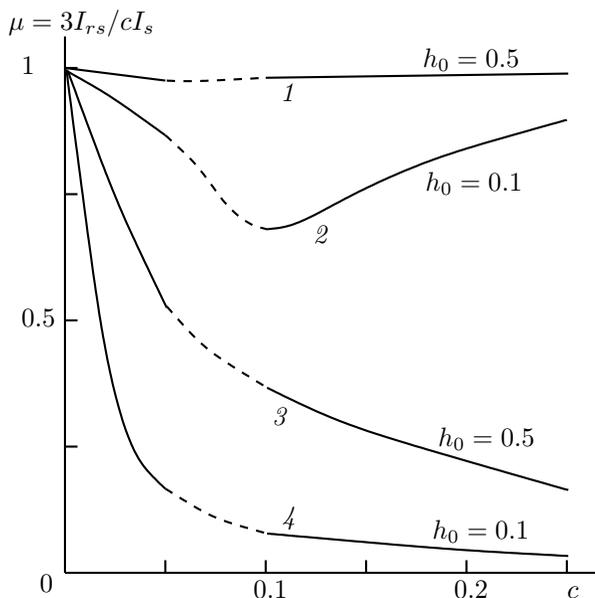


Рис. 7.6. Остаточная намагниченность насыщения μ монослоя как функция концентрации ферромагнетика c и критического поля $h_0 = H_0/I_s$. Кривые 1 и 2 соответствуют намагничиванию параллельно слою, 3 и 4 — перпендикулярно слою.

где μ_{\perp} и μ_{\parallel} определяется выражениями (7.47) и (7.48). На рисунке 7.7 показана зависимость параметра A_{rs} от концентрации c и критического поля h_0 . Как и предполагалось, анизотропия магнитного взаимодействия приводит к анизотропии намагниченности насыщения, что особенно выражено в случае больших концентраций ($c \gtrsim 0.05$) и низкокоэрцитивных частиц ($h_0 = 0.1$). Но даже в случае концентраций $c < 0.05$ параметр A_{rs} может быть значительно меньше 1 для ансамблей, состоящих из зёрен магнетита или титаномагнетита, критические поля которых преимущественно меньше половины намагниченности насыщения. Для высококоэрцитивных частиц с $h_0 \gtrsim 1$ (например, гематит, титаномагнетит с большим содержанием титана, гидрогетит) анизотропия I_{rs} , связанная с магнитным взаимодействием, практически отсутствует, т. е. $A_{rs} \approx 1$.

Учёт хаотичного распределения «лёгких осей», конечно же, приведёт к изменению параметров магнитостатического взаимодействия и, как следствие, остаточной намагниченности. Понятно, что в этом случае намагниченность μ_{\perp} может только уменьшаться по сравнению с μ_{\parallel} , т. е. анизотропные свойства I_{rs} тонкого слоя проявятся ещё резче, чем следует из

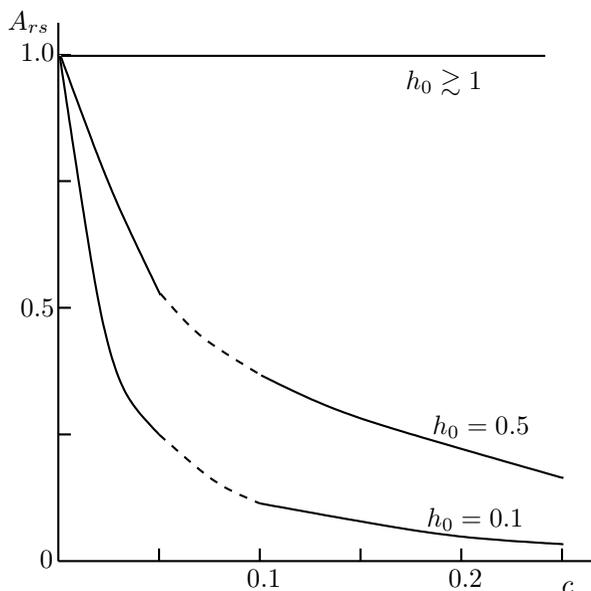


Рис. 7.7. Зависимость параметра анизотропии A_{rs} от концентрации c и критического поля h_0 .

рисунка 7.7. Кроме того, необходимо отметить, что величина μ при хаотичном распределении осей даже для невзаимодействующих частиц должна стать меньше единицы (теоретические оценки дают значение $\mu = 0.5$ [38]).

Подводя итоги параграфа, отметим:

1. Анизотропия остаточной намагничённости может определяться не только текстурой «лёгких осей» частиц, но и анизотропией магнитостатического взаимодействия. В случае плоскостной текстуры взаимодействие уменьшает параметр A_{rs} .

2. Анизотропия, наведённая магнитостатическим взаимодействием, должна сильнее проявляться в породах, представленных низкоэцитивными ферромагнитными зёрнами.

3. Магнитостатическое взаимодействие в процессе намагничивания играет двойную роль: хаотизирует магнитные моменты частиц и изменяет их «эффективные» критические поля. Поэтому при намагничивании перпендикулярно слою $\mu = 3I_{rs}/cI_s$ монотонно убывает с увеличением концентрации, а при намагничивании параллельно слою μ имеет минимум в области $c \approx 0.05 \div 0.10$.

Глава 8

Магнитные свойства системы гетерогенных зёрен

Существенным недостатком предложенных моделей двухкомпонентных частиц [20, 49, 56–62], упомянутых в разделе 1.2, является предположение о несущественности влияния тепловых флуктуаций на магнитный момент зерна, в то время как размеры частиц, используемые в материалах для магнитной записи, достаточно малы. Например, частицы γ -Fe₂O₃, покрытые кобальтом, имеют диаметр ~ 40 нм, соизмеримый с размером a_T , при котором тепловые флуктуации существенно влияют на процесс намагничивания. Действительно, вероятность перехода магнитного момента зерна из одного состояния в другое $W \approx f_0 \exp[-\Delta E/(k_B T)]$, где $\Delta E = H_c I_s a^3$ — высота потенциального барьера, a — размер частицы, $f_0 \sim 10^{10} \text{ с}^{-1}$ — частотный фактор. Полагая $H_c \sim 2K/I_s$ (например, константа кристаллографической анизотропии для γ -Fe₂O₃ $K = 4.6 \cdot 10^4 \text{ эрг/см}^3$) можно оценить a_T

$$a_T = \left\{ \ln \left(\frac{f_0}{W} \right) \frac{k_B T}{2K} \right\}^{\frac{1}{3}}. \quad (8.1)$$

Для достаточно широкого диапазона «времени жизни» магнитного момента зерна в одном из состояний $\tau \sim 1/W \sim 1 \div 10^{10} \text{ с}$ получаем $a_T \sim 20 \div 30 \text{ нм}$. Более того, даже в случае довольно-таки больших размеров частиц, при приближении внешнего магнитного поля \mathbf{H} к критическому H_0 становится ощутимой роль термических флуктуаций, что приводит к снижению значения коэрцитивной силы.

Воспользуемся изложенной в третьей главе моделью двухфазных частиц для изучения гистерезисных свойств системы химически неоднородных

родных зёрен. Рассмотрим ансамбль не взаимодействующих между собой двухфазных частиц. Согласно (6.50) намагниченность таких частиц может быть рассчитана по формуле

$$I = c[(N_1 - N_3)(I_{s1}(1 - \varepsilon) + I_{s2}\varepsilon) + (N_2 - N_4)(I_{s1}(1 - \varepsilon) - I_{s2}\varepsilon)], \quad (8.2)$$

где c — объёмная концентрация частиц в немагнитной матрице.

8.1. Время релаксации и вязкая намагниченность ансамбля не взаимодействующих двухфазных частиц

Три собственных значения λ (см. Приложение В) введённой в разделе 3.3 матрицы \mathbf{W} можно интерпретировать как обратные времена релаксации τ_i . Причём наименьшее τ соответствует «времени жизни» самого неустойчивого состояния, а наибольшее время релаксации τ_{\max} — самому устойчивому.

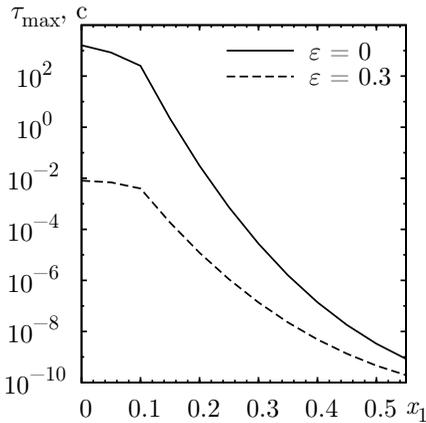


Рис. 8.1. Зависимость максимального времени релаксации τ_{\max} от концентрации Ti для ансамбля химически однородных и неоднородных частиц титаномагнетита с $x_2 = 0.6$, $a = 15$ нм, $q = 1.5$.

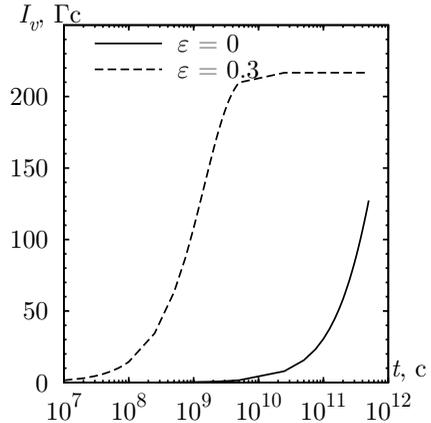


Рис. 8.2. Вязкая намагниченность ансамбля химически однородных ($\varepsilon = 0$) и неоднородных ($\varepsilon = 0.3$) зёрен титаномагнетита в поле $H = 50$ Э со следующими параметрами: $x_1 = 0.2$, $x_2 = 0.6$, $a = 18$ нм, $q = 1.5$.

На рис. 8.1 представлены результаты расчёта зависимости приведённого времени релаксации устойчивого состояния τ_{\max} ансамбля двухфазных частиц от концентрации титана в первой фазе x_1 .

Уменьшение химической неоднородности зерна (увеличение x_1) приводит к уменьшению τ_{\max} (см. рис. 8.1), причём в области $x_1 < 0.1$, время релаксации практически не меняется, и резко падает при $x_1 > 0.1$. Такое поведение времени релаксации связано с уменьшением $I_s(x)$ и немонотонным изменением константы кристаллографической анизотропии $k(x)$ (см. раздел 3.2).

В рамках обсуждаемой модели невзаимодействующих частиц по формуле (8.2) был проведён расчёт вязкой намагниченности $I_v(t)$ от t (см. рис. 8.2). Как и следовало ожидать, уменьшение времени релаксации с ростом химической неоднородности приводит к росту вязкой намагниченности.

8.2. Гистерезисные свойства и остаточная намагниченность ансамбля невзаимодействующих двухфазных зёрен титаномагнетита

Малые частицы, находясь в суперпарамагнитном состоянии, могут проявлять гистерезисные свойства лишь при условии, что время, прошедшее после выключения внешнего магнитного поля H , или время спада поля до $H = 0$, меньше времени релаксации. Поэтому нами была выбрана следующая процедура моделирования процесса намагничивания — магнитное поле дискретно изменялось с некоторым шагом ΔH вплоть до максимального H_{\max} . Намагниченность, образующаяся на каждом шаге за время, меньшее времени релаксации, определялась с помощью соотношений (8.2), (3.35), в которых вектор начального состояния полагался равным вектору конечного состояния предыдущего шага. Естественно, что с увеличением размеров зёрен подобная ситуация может быть реализована в интервале «разумных» (соизмеримых со временем измерений) промежутков времени.

Коэрцитивная сила H_c и остаточная намагниченность насыщения I_{rs} определялись по петле гистерезиса (рис. 8.3); результаты представлены на рис. 8.4. Незначительное изменение гистерезисных характеристик в области $x_1 < 0.1$ и резкое падение этих параметров в области $x_1 > 0.1$ вызваны немонотонностью поведения константы кристаллографической анизотропии (рост $k(x)$ при $x < 0.1$ и спад при $x > 0.1$, см. (3.28)). Такое изменение

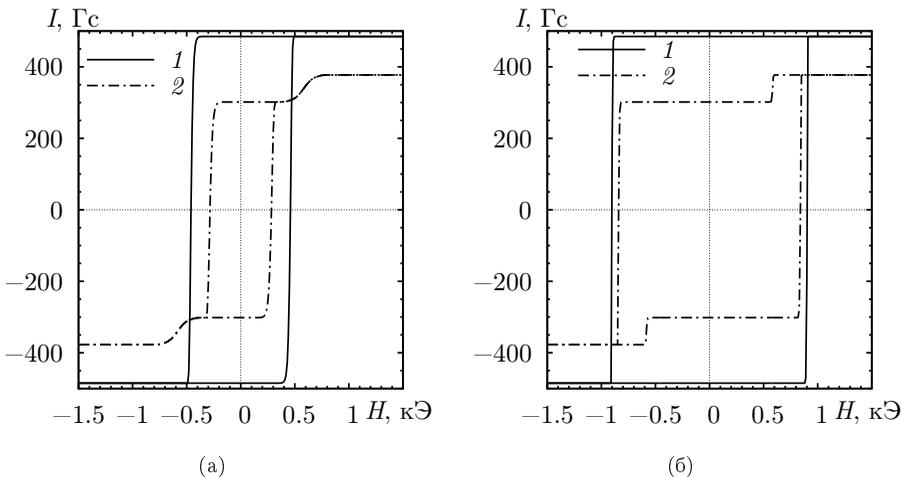


Рис. 8.3. Петли гистерезиса для системы двухфазных частиц $\text{Fe}_{3-x}\text{Ti}_x\text{O}_4$ со следующими параметрами: $x_1 = 0$, $x_2 = 0.6$, $q = 1.5$, кривые 1 — $\varepsilon = 0$, кривые 2 — $\varepsilon = 0.3$, $T_l = 2 \cdot 10^3$ с, $H_{\max} = 10^4$ Э, $a = 20$ нм (а), $a = 50$ нм (б), T_l — период изменения поля H , H_{\max} — амплитуда изменения поля.

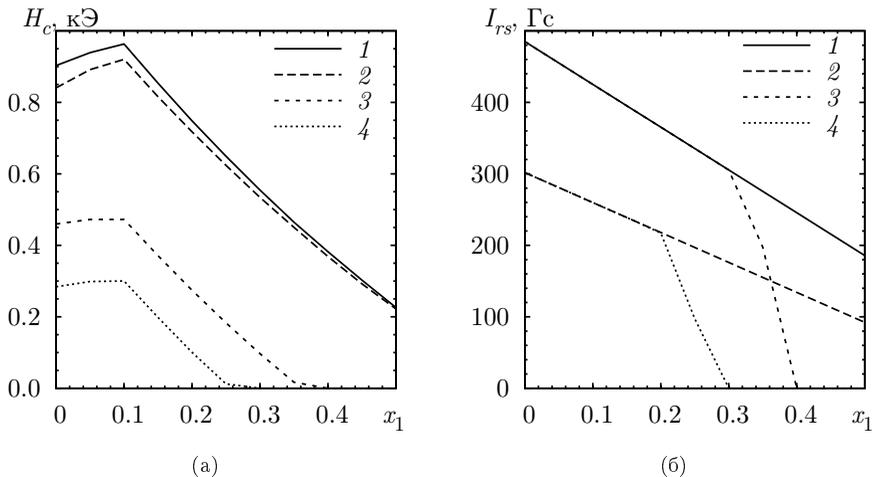


Рис. 8.4. Зависимость коэрцитивной силы H_c (а) и остаточной намагниченности насыщения I_{rs} (б) от концентрации титана x_1 ($x_2 = 0.6$, $q = 1.5$, $T_l = 2 \cdot 10^3$ с): кривые 1 — $\varepsilon = 0$, $a = 50$ нм; кривые 2 — $\varepsilon = 0.3$, $a = 50$ нм; кривые 3 — $\varepsilon = 0$, $a = 20$ нм; кривые 4 — $\varepsilon = 0.3$, $a = 20$ нм.

коэрцитивной силы и остаточной намагниченности насыщения, в конечном счёте, связано с уменьшением $\tau_{\max}(x_1)$, которое обусловлено уменьшением степени неоднородности распределения титана по объёму зерна (см. рис. 8.1).

Таким образом, повышение химической неоднородности зёрен титаномагнетита при уменьшении содержания Ti в одной из фаз приводит к увеличению времени релаксации системы таких частиц и, как результат, к росту гистерезисных характеристик: коэрцитивной силы и остаточной намагниченности насыщения.

8.3. Влияние межфазного обменного взаимодействия на намагничивание ансамбля частиц $\text{Co}-\gamma\text{-Fe}_2\text{O}_3$

На рис. 8.6–8.9 представлена зависимость коэрцитивной силы H_c от различных характеристик частиц, рассчитанная в результате моделирования петель гистерезиса (см. рис. 8.5) ансамбля частиц $\gamma\text{-Fe}_2\text{O}_3$, эпитаксиально покрытых кобальтом.

Рассмотрим перемагничивание таких частиц. Пусть первоначально все частицы были намагничены вдоль оси Oz в насыщающем магнитном поле. При постепенном уменьшении величины поля H и переходе его через нуль увеличиваются вероятности переходов из первого ($\uparrow\uparrow$) состояния. Из-за большой константы анизотропии кобальтового покрытия возможны переходы только в четвёртое ($\downarrow\uparrow$) состояние, в котором магнитный момент фазы $\gamma\text{-Fe}_2\text{O}_3$ направлен по полю, а затем в третье ($\downarrow\downarrow$). При таком способе перемагничивания коэрцитивная сила определяется критическим полем $H_{c1}^{(\uparrow\uparrow)}$ в случае $I_{s1}\varepsilon > I_{s2}(1 - \varepsilon)$ и $H_{c2}^{(\uparrow\downarrow)}$ для $I_{s1}\varepsilon < I_{s2}(1 - \varepsilon)$. Другой способ перемагничивания — когерентный по-

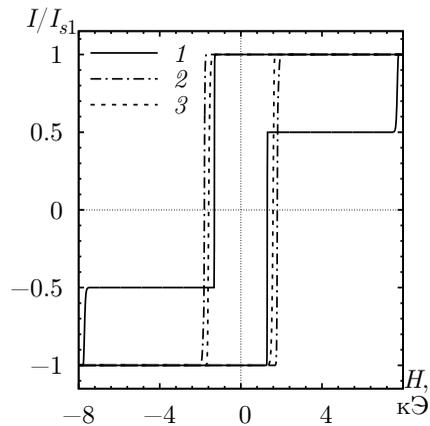


Рис. 8.5. Петли гистерезиса ансамбля частиц $\gamma\text{-Fe}_2\text{O}_3$ с покрытием Co . $q = 1.5$, $T_l = 2 \cdot 10^3$ с, $H_{\max} = 10^4$ Э, $A_{in} = 4.09 \cdot 10^{-8}$ эрг/см, $\delta = 8.35 \cdot 10^{-8}$ см, $k_2 = 32.7$, $\varepsilon = 0.25$; $a = 40$ нм (кривая 1), $a = 20$ нм (кривая 2), $a = 15$ нм (кривая 3).

ворот магнитных моментов фаз. В этом случае коэрцитивная сила определяется критическим полем $H_{c3}^{(\uparrow\uparrow)}$.

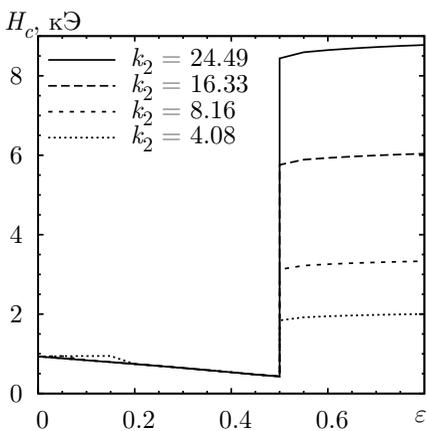
Поведение коэрцитивной силы H_c в зависимости от относительного объёма (объёмной концентрации) кобальтового феррита ε во многом определяется величиной обменного взаимодействия через границу. Если при $A^* = 0$ с ростом ε коэрцитивность частиц падает, а затем выходит на насыщение (см. рис. 8.6.а, 8.7), то при $A^* > 1.5 H_c$ возрастает при всех ε (см. рис. 8.6.б, 8.7). Кроме того, обменное взаимодействие несколько занижает максимальное значение H_c , которое нарастает с увеличением константы кристаллографической анизотропии феррита кобальта k_2 .

Такому поведению $H_c = H_c(\varepsilon)$ можно дать следующую интерпретацию: до тех пор, пока магнитоэлектронное взаимодействие между фазами превалирует над обменным, коэрцитивность определяется минимальным критическим полем $H_{c1}^{(\uparrow\uparrow)}$, которое уменьшается с ростом объёма второй фазы. В случае, когда обменное взаимодействие преобладает над магнитоэлектронным ($A^* > N_{21}$), фазы перемагничиваются когерентно (кривая 4 на рис. 8.7 гладкая). Обменное взаимодействие увеличивает критическое поле $H_{c1}^{(\uparrow\uparrow)}$ и не влияет на поле когерентного перемагничивания частицы $H_{c3}^{(\uparrow\uparrow)}$. Отмеченное выше падение H_c не наблюдалось в работах [56] и [57], что связано с симметричным расположением фаз (два концентрических эллипсоида), при котором межфазное магнитоэлектронное взаимодействие отсутствует.

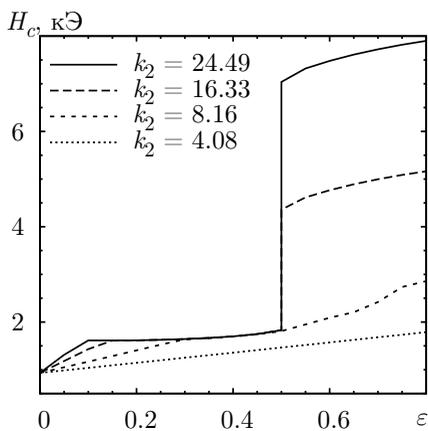
Заметим, что при $\varepsilon > 0.5$ коэрцитивная сила системы частиц с константой обменного взаимодействия через границу $A^* = 2.5$ имеет большее значение, нежели с $A^* = 1.5, 2$ (см. рис. 8.7). Это вызвано различием в механизмах перемагничивания фаз: в первом случае магнитные моменты фаз меняют своё направление синхронно, преодолевая потенциальные барьеры E_{13}, E_{31} частица переходит из первого состояния в третье, во втором случае — возможно как когерентное, так и независимое перемагничивание фаз.

На рис. 8.8 проиллюстрировано влияние вытянутости зерна на его коэрцитивность. При больших q рассчитанные значения коэрцитивной силы отличаются от экспериментальных, что связано с предположением об однородном перемагничивании магнитного момента зерна.

Естественным ограничением уменьшения размера частиц, используемых в носителях магнитной записи, является нестабильность остаточной намагниченности. Возрастающая с уменьшением размеров зёрен роль термических флуктуаций приводит к уменьшению H_c , что и показано на рис. 8.9. К такому же выводу приводит сравнение критических полей, определяющих переход из одного состояния в другое, с коэрцитивной силой. Так, например, для частиц размером $a = 40$ нм $H_c = 1.31$ кЭ, а



(a)



(б)

Рис. 8.6. Влияние константы анизотропии на зависимость коэрцитивности от относительного объема фазы CoFe_2O_4 . Размеры частиц $a = 40$ нм, $q = 2$, $T_l = 2 \cdot 10^3$ с, $H_{\max} = 10^4$ Э, $A^* = 0$ (а), $A^* = 2$ (б).

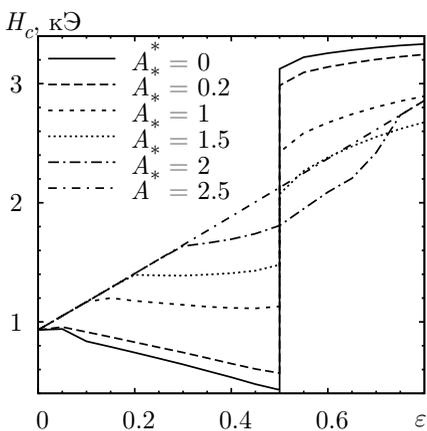


Рис. 8.7. Влияние обменного взаимодействия через границу на зависимость коэрцитивности от относительного объема фазы CoFe_2O_4 . Размеры частиц $a = 40$ нм, $q = 2$, $T_l = 2 \cdot 10^3$ с, $H_{\max} = 10^4$ Э, $k_2 = 8.16$.

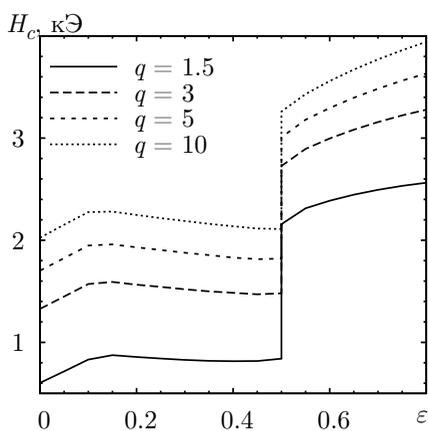
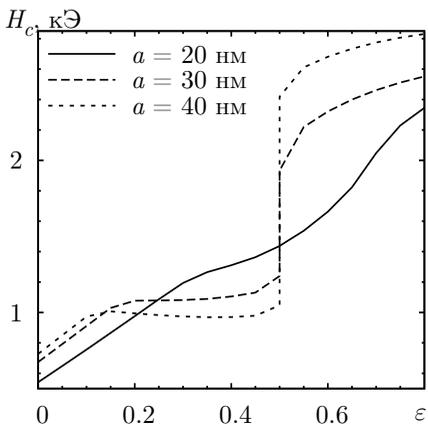
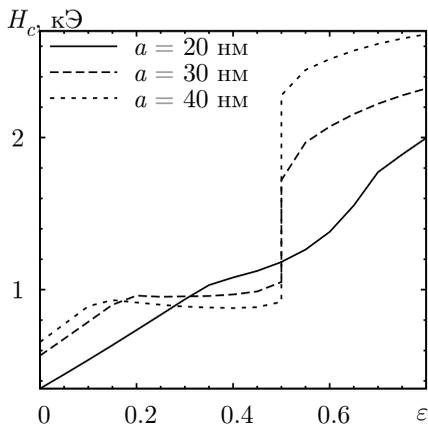


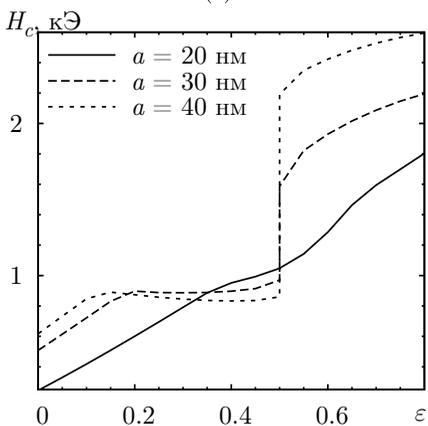
Рис. 8.8. Влияние вытянутости зерна на зависимость коэрцитивности от относительного объема фазы CoFe_2O_4 . Размеры частиц $a = 40$ нм, $H_{\max} = 10^4$ Э, $A^* = 1$, $T_l = 2 \cdot 10^3$ с, $k_2 = 8.16$.



(а)



(б)



(в)

Рис. 8.9. Влияние размеров частиц и периода изменения поля T_l на зависимость коэрцитивности от относительного объёма фазы CoFe_2O_4 . $q = 1.5$, $H_{\max} = 10^4$ Э, $k_2 = 8.16$, $A_{in} = 2.05 \cdot 10^{-8}$ эрг/см, $\delta = 8.35 \cdot 10^{-8}$ см, $T_l = 10^{-5}$ с (а), $T_l = 0.1$ с (б), $T_l = 100$ с (в).

критическое поле $H_{c1}^{(\uparrow\uparrow)} = 1.54$ кЭ; ансамбль частиц с $a = 20$ нм имеет $H_c = 1.80$ кЭ и $H_{c1}^{(\uparrow\uparrow)} = 2.48$ кЭ соответственно (см. рис. 8.5).

Релаксационные эффекты могут сказаться на процессе намагничивания малых частиц. Так, увеличение времени намагничивания (размагничивания) T_l приводит к уменьшению H_c (см. рис. 8.9).

Качественное сравнение результатов расчётов с аналогичными расчётами, представленными в работах [49, 57, 59] показывает, что также, как и в указанных работах, с ростом объёма фазы CoFe_2O_4 коэрцитивность нарастает до насыщения. В работах [49, 57, 59] уровень насыщения в основном определяется величиной константы обменного взаимодействия, а констан-

та анизотропии K_2 главным образом влияет на начальный наклон кривой H_c от R_2/R_1 , где R_2, R_1 — радиусы цилиндрических поверхностей, ограничивающих фазы. Форма этой кривой имеет монотонный характер (в работе [57] только для больших значений A), причём зависимость H_c от $1 - (B_1/B_2)^3$ [57] или $1 - (R_1/R_2)^2$ [49, 59], которые являются аналогом ε , имеет нелинейный характер. В наших расчётах уровень насыщения в основном зависит от константы анизотропии феррита кобальта, а обменное взаимодействие через переходный слой в основном определяет форму кривой $H_c(\varepsilon)$. При малых значениях A^* кривая $H_c(\varepsilon)$ имеет немонотонный характер, что связано с выбранным взаимным расположением фаз.

В результате показано, что:

1. Соотношение между межфазным магнитостатическим и обменным взаимодействиями существенно влияет на зависимость коэрцитивной силы системы малых частиц $\text{Co-}\gamma\text{-Fe}_2\text{O}_3$ от относительного объёма кобальтового покрытия.

2. Рост кристаллографической анизотропии кобальтового покрытия приводит к росту коэрцитивной силы ансамбля исследуемых частиц.

8.4. Влияние магнитостатического взаимодействия на гистерезисные характеристики ансамбля химически неоднородных частиц

Решение задачи, сформулированной в названии данного параграфа, проведём с помощью модели, рассмотренной в разделе 6.4. Предваряя анализ результатов моделирования процессов намагничивания ансамбля двухфазных взаимодействующих частиц, отметим, что магнитостатическое взаимодействие оказывает хаотизирующее влияние на распределение магнитных моментов частиц. Поэтому петли гистерезиса системы взаимодействующих частиц имеют более гладкую форму по сравнению с невзаимодействующими, что и показано на рис. 8.10. По той же причине естественно ожидать уменьшение величины остаточной намагниченности в ансамбле взаимодействующих зёрен по сравнению с ансамблем подобных зёрен, в котором взаимодействие не учитывается. Иллюстрацией выше сказанному являются представленные на рис. 8.12 результаты расчётов отношения остаточных намагниченностей насыщения I_{rs} взаимодействующих и невзаимодействующих частиц; рост концентрации частиц в матрице c , а, следовательно, и взаимодействий, вызывает падение этого отношения. Отметим, что влияние магнитостатического взаимодействия в ансамбле

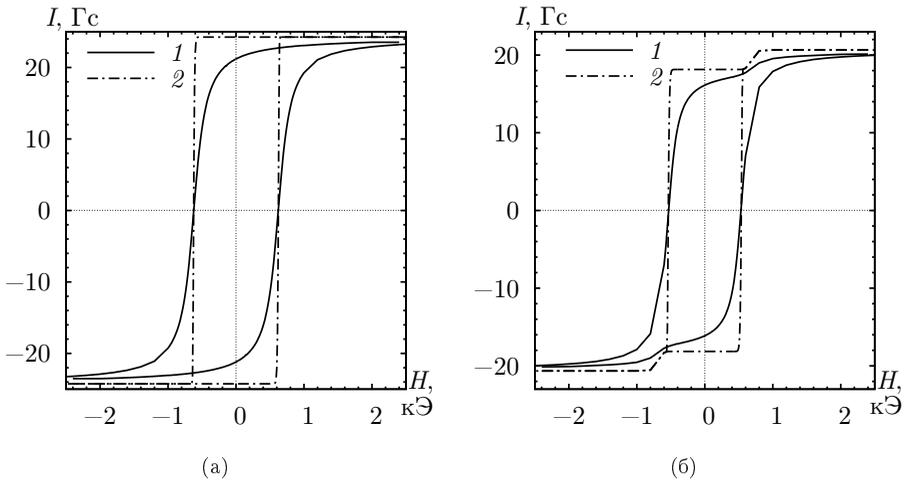


Рис. 8.10. Петли гистерезиса ансамбля химически однородных (а) и неоднородных (б) взаимодействующих (кривая 1) и невзаимодействующих (кривая 2) частиц $\text{Ti}_x\text{Fe}_{2-x}\text{O}_4$ с $q = 1.5$, $a = 25$ нм, $x_1 = 0$, $x_2 = 0.6$, $\varepsilon = 0$ (а), $\varepsilon = 0.2$ (б), $H_{\max} = 2.6 \cdot 10^3$ Э, $T_l = 10^3$ с, $c = 5$ %.

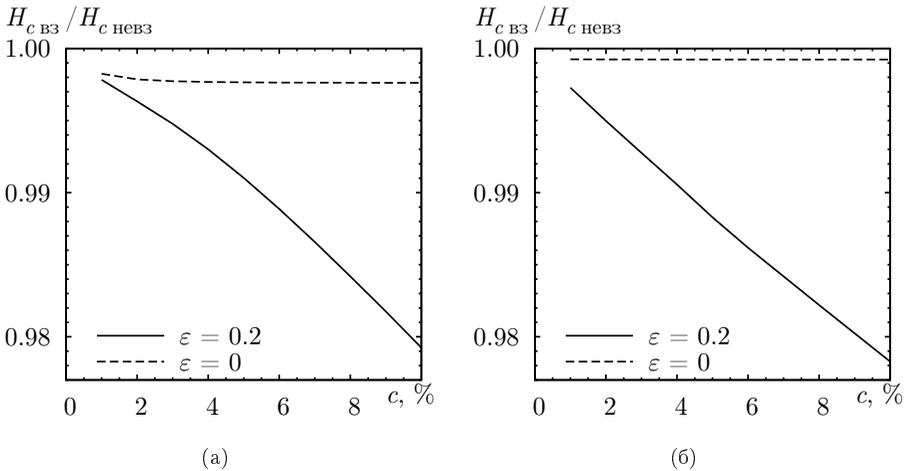


Рис. 8.11. Зависимости приведённых значений коэрцитивной силы $H_{cвз}/H_{cневз}$ от объёмной концентрации c для химически однородных и неоднородных частиц титаномагнетита. $q = 1.5$, $x_1 = 0$, $x_2 = 0.6$, (а) — $a = 25$ нм, $H_{cневз} = 536$ Э ($\varepsilon = 0.2$), $H_{cневз} = 623$ Э ($\varepsilon = 0$); (б) — $a = 50$ нм, $H_{cневз} = 853$ Э ($\varepsilon = 0.2$), $H_{cневз} = 900$ Э ($\varepsilon = 0$).

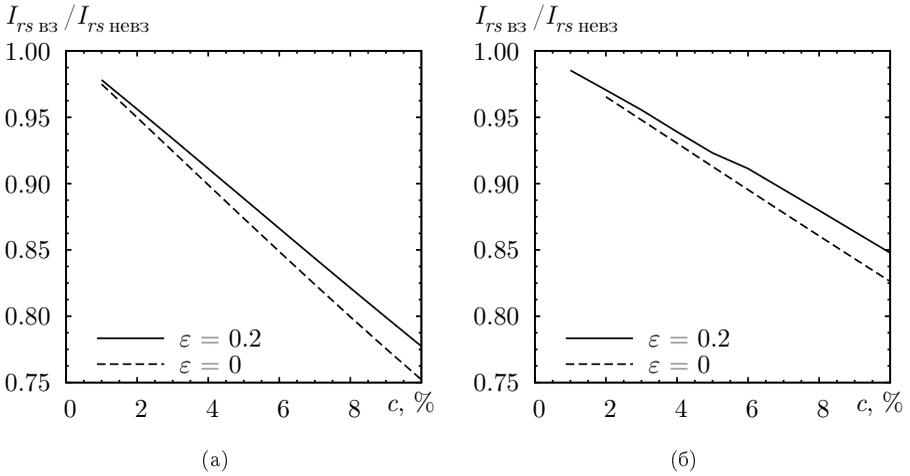


Рис. 8.12. Зависимости приведённых значений остаточной намагниченности насыщения $I_{rs \text{ в3}} / I_{rs \text{ нев3}}$ от объёмной концентрации c для химически однородных и неоднородных частиц титаномагнетита. $q = 1.5$, $x_1 = 0$, $x_2 = 0.6$, (а) — $a = 25$ нм; (б) — $a = 50$ нм; $I_{rs \text{ нев3}} = 363c$ Гс ($\epsilon = 0.2$), $I_{rs \text{ нев3}} = 485c$ Гс ($\epsilon = 0$) — для обоих размеров.

зёрен титаномагнетита бóльшего размера (50 нм) менее заметно, т. к. они более стабильны.

Хаотизирующее влияние магнитостатического взаимодействия приводит к уменьшению коэрцитивности, причём наиболее значительно меняется H_c ансамбля химически неоднородных частиц (см. рис. 8.11), время релаксации которого меньше τ_{max} ансамбля химически однородных. Отметим, что уменьшение времени релаксации с ростом взаимодействия в ансамблях слабовзаимодействующих частиц $\gamma\text{-Fe}_2\text{O}_3$ наблюдалось в работах [142, 194]. Как видно из рис. 8.11 и 8.12 магнитостатическое взаимодействие частиц меньше влияет на значение коэрцитивной силы чем на I_{rs} . Кроме того, отношение $H_{c \text{ в3}} / H_{c \text{ нев3}}$ практически не зависит от размеров частиц, по крайней мере, в диапазоне от 25 нм до 50 нм.

Итак, магнитостатическое взаимодействие в ансамбле двухфазных частиц приводит к уменьшению значений гистерезисных характеристик, в особенности остаточной намагниченности насыщения. Влияние магнитостатического взаимодействия сильнее сказывается в системах частиц в состоянии близком к суперпарамагнитному.

Заключение

Представления о механизме образования остаточной намагниченности во многом определяются знаниями о магнитных состояниях носителей магнитных свойств изучаемых материалов. Мы ограничили содержание этой монографии изложением методов анализа и исследований магнитных свойств материалов, моделируемых системами однодоменных или близких к ним по размерам частиц.

Разработанный авторами подход базируется на следующих положениях:

1. В отсутствие внешнего магнитного поля состояния отдельных частиц (однодоменных, квазиоднодоменных) определяются конкуренцией различных видов магнитной анизотропии и их химической неоднородностью и могут быть описаны в рамках достаточно простых взаимодополняющих моделей, приведённых в работе.

Так, однодоменная кристаллографически одноосная частица эллипсоидальной формы может находиться в одном из двух равновесных состояний с ориентацией магнитных моментов вдоль эффективной оси. Положение этой оси определяется конкуренцией, по крайней мере, двух типов анизотропий: кристаллографической и формы.

Химически неоднородные (двухфазные) кристаллографически одноосные частицы могут находиться в устойчивом либо в метастабильном состояниях. Если межфазное магнитостатическое взаимодействие больше обменного через границу раздела фаз, то устойчивы состояния с антипараллельной ориентацией магнитных моментов фаз, в противном случае — с параллельной.

Магнитные состояния многоосных частиц более разнообразны. В зависимости от размеров и вытянутости зерна, например магнетита, возможно одно из трёх состояний: с однородной намагниченностью, с малой (квазиоднодоменное) и с большой неоднородностью магнитного момента (двухдоменное). Причём устойчивому состоянию всегда сопутствует метастабильное. Критические размеры перечисленных состояний: однодо-

менности a_0 , максимальный размер с однородным распределением намагниченности a_{0m} , размер квазиоднодоменного a_1 и максимальный размер неустойчивого квазиоднодоменного состояния a_{1m} немонотонно меняются с увеличением вытянутости зерна q . Такое поведение критических размеров связано с конкуренцией кристаллографической анизотропии магнетита, «пытающейся выставить» магнитный момент по одной из диагоналей куба элементарной ячейки, с анизотропией формы (длинная ось частицы совпадает с ребром куба). При совпадении кристаллографической оси «лёгкого намагничивания» с вытянутостью зерна, например, для частиц железа, с увеличением q критические размеры меняются монотонно.

Рост химической неоднородности (за счёт увеличения магнетитовой фазы соседствующей с железом) приводит к увеличению размера однодоменности и появлению немонотонного изменения критических размеров.

2. Влияние «внешних» факторов (температуры, давления, магнитного поля) приводит к изменению соответствующих характеристик отдельных зёрен (констант анизотропии, степени метастабильности состояний и т. д.); эти изменения также поддаются теоретическому анализу.

Магнитное поле существенно влияет на устойчивость магнитного состояния, так стабильное при $H = 0$ состояние однодоменной частицы в поле, антипараллельном намагниченности, становится метастабильным вплоть до критического H_0 . При $H > H_0$ остается лишь устойчивое состояние, в котором магнитный момент частицы параллелен \mathbf{H} . Критическое поле H_0 , определяемое соотношением между различными видами анизотропии, может меняться немонотонным образом в зависимости от температуры, давления и химического состава частицы.

Спектр (шести) критических полей двухфазных частиц определяется геометрическими характеристиками зёрен, размером, химическим составом фаз и их взаимодействием.

3. Термические возбуждения и случайные поля магнитостатического взаимодействия вместе с приложенным внешним полем, определённым образом меняя магнитные состояния отдельных частиц, формируют магнитное состояние системы в целом. Это состояние, определяющее «отклик» системы на внешние воздействия, может быть исследовано статистическими методами, приведёнными в работе.

Так, после включения магнитного поля \mathbf{H} переход системы из немагнитного состояния в намагниченное можно представить как релаксационный процесс перераспределения стабильных и метастабильных состояний, в ходе которого намагниченность, называемая вязкой I_v , нарастает. Полученные решения для заселённостей магнитных состояний позволяют рассчитать I_v систем однодоменных и двухфазных частиц.

Подход, развитый в рамках модели однодоменных невзаимодействи-

ющих частиц, позволяет рассчитать не только I_v , но и другие виды намагниченности. Так, немонотонность поведения критического поля в ходе изменения температуры либо механических напряжений в ненулевом внешнем поле приводит к образованию переходной термоостаточной либо пьезоостаточной намагниченностей соответственно. Причём в зависимости от последовательности включения и выключения поля \mathbf{H} , приложения и снятия напряжений образуются различные по своим свойствам намагниченности, что согласуется с результатами эксперимента.

В результате формирования системы ферромагнитных зёрен за счёт увеличения их объёмов наряду с термическими флуктуациями существенным может оказаться магнитостатическое взаимодействие. Это взаимодействие играет двойную роль: с одной стороны оно хаотизирует распределение магнитных моментов m , с другой стабилизирует их, уменьшая вероятность флуктуации m . Последнее приводит к возможности концентрированного перехода из суперпарамагнитного состояния в упорядоченное типа «спиновое стекло». В ходе роста зёрен в магнитном поле образуется кристаллизационная намагниченность, теоретические оценки которой согласуются с экспериментальными.

Метод случайного поля взаимодействия, используемый в модели однодоменных частиц, оказался применим и к двухфазным частицам. Магнитостатическое взаимодействие, слабо влияя на коэрцитивную силу ансамбля, приводит к понижению остаточной намагниченности насыщения. Последнее связано с хаотизацией магнитных моментов зёрен.

Пространственное распределение частиц в ансамбле влияет на распределение случайных полей, что находит своё отражение в магнитных свойствах системы. Так, распределение частиц в тонком слое приводит к анизотропии намагниченности, теоретические значения близки к экспериментальным.

Разработанный подход, несмотря на ряд упрощающих предположений, позволяет исследовать магнитные свойства систем малых взаимодействующих гетерогенных частиц.

Приложение А

Магнитостатическая энергия двухфазного зерна

Магнитостатическую энергию зерна можно рассматривать как энергию взаимодействия магнитных зарядов с поверхностной плотностью

$$\mathcal{E}_m = \frac{1}{2} \int_S \int_{S'} \frac{(\mathbf{I}_s(\mathbf{r}) d\mathbf{S})(\mathbf{I}_s(\mathbf{r}') d\mathbf{S}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}. \quad (\text{A.1})$$

Используя симметрию задачи перепишем (A.1) в следующем виде:

$$\mathcal{E}_m = \frac{1}{2} \sum_{i,k=1}^8 \int_{S_i} \int_{S_k} \frac{(\mathbf{I}_s(\mathbf{r}_i) d\mathbf{S}_i)(\mathbf{I}_s(\mathbf{r}_k) d\mathbf{S}_k)}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k|}, \quad (\text{A.2})$$

где \mathbf{r}_i — координаты точек поверхности S_i (см. рис. 3.1)

Так как компоненты векторов намагниченности первой и второй фазы выражаются через направляющие косинусы $\mathbf{I}_{s1}\{I_{s1} \sin \theta_1, 0, I_{s1} \cos \theta_1\}$, $\mathbf{I}_{s2}\{I_{s2} \sin \theta_2, 0, I_{s2} \cos \theta_2\}$, то

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_m = N_{11} I_{s1}^2 \sin^2 \theta_1 + N_{22} I_{s2}^2 \sin^2 \theta_2 + N_{12} I_{s1} I_{s2} \sin \theta_1 \sin \theta_2 + \\ + N_{21} I_{s1} I_{s2} \cos \theta_1 \cos \theta_2, \quad (\text{A.3}) \end{aligned}$$

где

$$N_{11} = \frac{4}{q} \left\{ \int_0^{1-\varepsilon} (1-\varepsilon-y) [f_1(y) - f_2(y)] dy + \frac{1}{2} (1-q) (1-\varepsilon)^2 \left[\ln(1-\varepsilon) - \frac{3}{2} \right] \right\},$$

$$N_{22} = \frac{4}{q} \left\{ \int_0^\varepsilon (\varepsilon-y) [f_1(y) - f_2(y)] dy + \frac{1}{2} (1-q) \varepsilon^2 \left[\ln \varepsilon - \frac{3}{2} \right] \right\},$$

$$N_{12} = \frac{4}{q} \left[\int_0^\varepsilon f_1(y) y dy + \varepsilon \int_\varepsilon^{1-\varepsilon} f_1(y) y dy + \int_{1-\varepsilon}^1 (1-y) f_1(y) y dy \right] + 2 \left[\varepsilon^2 \ln \varepsilon + (1-\varepsilon)^2 \ln(1-\varepsilon) + 3\varepsilon(1-\varepsilon) \right],$$

$$N_{21} = \frac{4}{q} \left[\int_0^\varepsilon f_2(y) y dy + \varepsilon \int_\varepsilon^{1-\varepsilon} f_2(y) y dy + \int_{1-\varepsilon}^1 (1-y) f_2(y) y dy \right] + \frac{2}{q} \left[\varepsilon^2 \ln \varepsilon + (1-\varepsilon)^2 \ln(1-\varepsilon) + 3\varepsilon(1-\varepsilon) \right],$$

$$f_1(y) = q \ln \frac{\left(\sqrt{q^2 + y^2} + q \right) \sqrt{1 + y^2}}{\sqrt{1 + q^2 + y^2} + q} + \sqrt{1 + q^2 + y^2} + |y| - \sqrt{1 + y^2} - \sqrt{q^2 + y^2},$$

$$f_2(y) = q \ln \frac{\left(\sqrt{1 + y^2} + 1 \right) \sqrt{q^2 + y^2}}{\sqrt{1 + q^2 + y^2} + 1} + \sqrt{1 + q^2 + y^2} + |y| - \sqrt{1 + y^2} - \sqrt{q^2 + y^2}.$$

Приложение Б

Выражения для энергетических барьеров двухфазной частицы

$$\mathcal{E}_{12} = \begin{cases} \frac{\varepsilon^2 (H_{c2}^{(\uparrow\uparrow)} + H)^2}{2(k_2\varepsilon + 2N_{22})}, & H_{c2}^{(\uparrow\uparrow)} > -H; \\ 2H\varepsilon I_{s2}, & H_{c2}^{(\uparrow\uparrow)} < -H; \end{cases} \quad (\text{Б.1})$$

$$\mathcal{E}_{14} = \begin{cases} \frac{(1-\varepsilon)^2 (H_{c1}^{(\uparrow\uparrow)} + H)^2}{2(k_1(1-\varepsilon) + 2N_{11})}, & H_{c1}^{(\uparrow\uparrow)} > -H; \\ 2H(1-\varepsilon) I_{s1}, & H_{c1}^{(\uparrow\uparrow)} < -H; \end{cases} \quad (\text{Б.2})$$

$$\mathcal{E}_{41} = \begin{cases} \frac{(1-\varepsilon)^2 (H_{c1}^{(\uparrow\downarrow)} - H)^2}{2(k_1(1-\varepsilon) + 2N_{11})}, & H_{c1}^{(\uparrow\downarrow)} > H; \\ -2H(1-\varepsilon) I_{s1}, & H_{c1}^{(\uparrow\downarrow)} < H; \end{cases} \quad (\text{Б.3})$$

$$\mathcal{E}_{34} = \begin{cases} \frac{\varepsilon^2 (H_{c2}^{(\uparrow\downarrow)} - H)^2}{2(k_2\varepsilon + 2N_{22})}, & H_{c2}^{(\uparrow\downarrow)} > H; \\ -2H\varepsilon I_{s2}, & H_{c2}^{(\uparrow\downarrow)} < H; \end{cases} \quad (\text{Б.4})$$

$$\mathcal{E}_{21} = \begin{cases} \frac{\varepsilon^2 (H_{c2}^{(\uparrow\downarrow)} - H)^2}{2(k_2\varepsilon + 2N_{22})}, & H_{c2}^{(\uparrow\downarrow)} > H; \\ -2H\varepsilon I_{s2}, & H_{c2}^{(\uparrow\downarrow)} < H; \end{cases} \quad (\text{B.5})$$

$$\mathcal{E}_{32} = \begin{cases} \frac{(1-\varepsilon)^2 (H_{c1}^{(\uparrow\uparrow)} - H)^2}{2(k_1(1-\varepsilon) + 2N_{11})}, & H_{c1}^{(\uparrow\uparrow)} > H; \\ -2H(1-\varepsilon)I_{s1}, & H_{c1}^{(\uparrow\uparrow)} < H; \end{cases} \quad (\text{B.6})$$

$$\mathcal{E}_{23} = \begin{cases} \frac{(1-\varepsilon)^2 (H_{c1}^{(\uparrow\downarrow)} + H)^2}{2(k_1(1-\varepsilon) + 2N_{11})}, & H_{c1}^{(\uparrow\downarrow)} > -H; \\ 2H(1-\varepsilon)I_{s1}, & H_{c1}^{(\uparrow\downarrow)} < -H; \end{cases} \quad (\text{B.7})$$

$$\mathcal{E}_{43} = \begin{cases} \frac{\varepsilon^2 (H_{c2}^{(\uparrow\downarrow)} + H)^2}{2(k_2\varepsilon + 2N_{22})}, & H_{c2}^{(\uparrow\downarrow)} > -H; \\ 2H\varepsilon I_{s2}, & H_{c2}^{(\uparrow\downarrow)} < -H; \end{cases} \quad (\text{B.8})$$

$$\mathcal{E}_{13} = \begin{cases} \frac{(H_{c3}^{(\uparrow\uparrow)} + H)^2 (I_{s1}(1-\varepsilon) + I_{s2}\varepsilon)}{2H_{c3}^{(\uparrow\uparrow)}}, & H_{c3}^{(\uparrow\uparrow)} > -H; \\ 2H(I_{s1}(1-\varepsilon) + I_{s2}\varepsilon), & H_{c3}^{(\uparrow\uparrow)} < -H; \end{cases} \quad (\text{B.9})$$

$$\mathcal{E}_{31} = \begin{cases} \frac{(H_{c3}^{(\uparrow\uparrow)} - H)^2 (I_{s1}(1-\varepsilon) + I_{s2}\varepsilon)}{2H_{c3}^{(\uparrow\uparrow)}}, & H_{c3}^{(\uparrow\uparrow)} > H; \\ -2H(I_{s1}(1-\varepsilon) + I_{s2}\varepsilon), & H_{c3}^{(\uparrow\uparrow)} < H; \end{cases} \quad (\text{B.10})$$

$$\mathcal{E}_{24} = \begin{cases} \frac{(H_{c4}^{(\uparrow\downarrow)} - H)^2 |I_{s1}(1-\varepsilon) - I_{s2}\varepsilon|}{2H_{c4}^{(\uparrow\downarrow)}}, & H_{c4}^{(\uparrow\downarrow)} > H, & \varepsilon > \frac{I_{s1}}{I_{s1} + I_{s2}}; \\ -2H |I_{s1}(1-\varepsilon) - I_{s2}\varepsilon|, & H_{c4}^{(\uparrow\downarrow)} < H, & \varepsilon > \frac{I_{s1}}{I_{s1} + I_{s2}}; \\ \frac{(H_{c4}^{(\uparrow\downarrow)} + H)^2 |I_{s1}(1-\varepsilon) - I_{s2}\varepsilon|}{2H_{c4}^{(\uparrow\downarrow)}}, & H_{c4}^{(\uparrow\downarrow)} > -H, & \varepsilon < \frac{I_{s1}}{I_{s1} + I_{s2}}; \\ 2H |I_{s1}(1-\varepsilon) - I_{s2}\varepsilon|, & H_{c4}^{(\uparrow\downarrow)} < -H, & \varepsilon < \frac{I_{s1}}{I_{s1} + I_{s2}}; \end{cases} \quad (\text{B.11})$$

$$\mathcal{E}_{42} = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{\left(H_{c4}^{(\uparrow\downarrow)} - H\right)^2 |I_{s1}(1-\varepsilon) - I_{s2}\varepsilon|}{2H_{c4}^{(\uparrow\downarrow)}}, & H_{c4}^{(\uparrow\downarrow)} > H, \quad \varepsilon < \frac{I_{s1}}{I_{s1} + I_{s2}}; \\ -2H |I_{s1}(1-\varepsilon) - I_{s2}\varepsilon|, & H_{c4}^{(\uparrow\downarrow)} < H, \quad \varepsilon < \frac{I_{s1}}{I_{s1} + I_{s2}}; \\ \frac{\left(H_{c4}^{(\uparrow\downarrow)} + H\right)^2 |I_{s1}(1-\varepsilon) - I_{s2}\varepsilon|}{2H_{c4}^{(\uparrow\downarrow)}}, & H_{c4}^{(\uparrow\downarrow)} > -H, \quad \varepsilon > \frac{I_{s1}}{I_{s1} + I_{s2}}; \\ 2H |I_{s1}(1-\varepsilon) - I_{s2}\varepsilon|, & H_{c4}^{(\uparrow\downarrow)} < -H, \quad \varepsilon > \frac{I_{s1}}{I_{s1} + I_{s2}}. \end{array} \right. \quad (\text{B.12})$$

Здесь $\mathcal{E}_{ik} = \frac{E_{ik}}{qa^3}$.

Приложение В

Выражение матричной экспоненты через матрицу переходов

Для решения задачи, условие которой вынесено в заглавие данного приложения, воспользуемся интерполяционным многочленом Сильвестра-Лагранжа, который в случае отсутствия кратных собственных значений матрицы \mathbf{W} $\lambda_0 \neq \lambda_1 \neq \lambda_2$ имеет вид

$$r(\lambda) = \sum \exp(\lambda_i t) \frac{\prod_{i \neq k} (\lambda - \lambda_i)}{\prod_{i \neq k} (\lambda_i - \lambda_k)}. \quad (\text{B.1})$$

$$\exp(\mathbf{W}t) = \sum_{k=0}^2 \exp(\lambda_i t) \frac{\prod_{i \neq k} (\mathbf{W} - \lambda_i \mathbf{E})}{\prod_{i \neq k} (\lambda_i - \lambda_k)}, \quad (\text{B.2})$$

$$\int_0^t \exp[\mathbf{W}(t - \tau)] d\tau = \sum_{k=0}^2 \varphi(\lambda_i, t) \frac{\prod_{i \neq k} (\mathbf{W} - \lambda_i \mathbf{E})}{\prod_{i \neq k} (\lambda_i - \lambda_k)}. \quad (\text{B.3})$$

Здесь \mathbf{E} — единичная матрица.

Если \mathbf{W} имеет два кратных собственных значения, например $\lambda_i = \lambda_k \neq \lambda_m$, то

$$r(\lambda) = \left[\frac{\alpha}{\lambda - \lambda_k} + \frac{\beta}{(\lambda - \lambda_k)^2} + \frac{\gamma}{(\lambda - \lambda_m)} \right] \psi(\lambda), \quad (\text{B.4})$$

где $\psi(\lambda) = (\lambda - \lambda_k)(\lambda - \lambda_m^2)$ — минимальный многочлен,

$$\alpha = \left[\frac{r(\lambda)}{\psi(\lambda)} (\lambda - \lambda_k) \right]_{\lambda=\lambda_k} = \frac{\exp(\lambda_k t)}{(\lambda_k - \lambda_m)^2},$$

$$\beta = \left[\frac{r(\lambda)}{\psi(\lambda)} (\lambda - \lambda_k)^2 \right]_{\lambda=\lambda_m} = \frac{\exp(\lambda_m t)}{\lambda_k - \lambda_m},$$

$$\gamma = \frac{\partial}{\partial \lambda} \left[\frac{r(\lambda)}{\psi(\lambda)} (\lambda - \lambda_k)^2 \right]_{\lambda=\lambda_m} = \frac{[t(\lambda_m - \lambda_k) - 1] \exp(\lambda_m t)}{(\lambda_k - \lambda_m)^2}$$

и

$$\begin{aligned} \exp(\mathbf{W}t) = \frac{(\mathbf{W} - \lambda_k \mathbf{E})^2}{(\lambda_m - \lambda_k)^2} [\exp(\lambda_m t) - \exp(\lambda_k t) (1 + (\lambda_m - \lambda_k)t)] + \\ + (\mathbf{W} - \lambda_k \mathbf{E})t \exp(\lambda_k t) + \mathbf{E} \exp(\lambda_k t), \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

$$\begin{aligned} \int_0^t \exp[\mathbf{W}(t - \tau)] d\tau = \frac{(\mathbf{W} - \lambda_k \mathbf{E})^2}{(\lambda_m - \lambda_k)^2} [\varphi_1(\lambda_m, t) - \varphi_1(\lambda_k, t) - \\ - \varphi_2(\lambda_k, t)(\lambda_m - \lambda_k)] + (\mathbf{W} - \lambda_k \mathbf{E})\varphi_2(\lambda_k, t) + \mathbf{E}\varphi_1(\lambda_k, t). \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

В случае трёх кратных собственных значений ($\lambda_0 = \lambda_1 = \lambda_2$), $\psi(\lambda) = (\lambda - \lambda_1)^3$,

$$r(\lambda) = \left[\frac{\alpha}{(\lambda - \lambda_1)^3} + \frac{\beta}{(\lambda - \lambda_1)^2} + \frac{\gamma}{\lambda - \lambda_1} \right] \psi(\lambda), \quad (\text{B.7})$$

$$\alpha = [r(\lambda)]_{\lambda=\lambda_1} = \exp(\lambda_1 t),$$

$$\beta = \frac{\partial}{\partial \lambda} [r(\lambda)]_{\lambda=\lambda_1} = t \exp(\lambda_1 t),$$

$$\gamma = \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} [\exp(\lambda_1 t) (\lambda - \lambda_1)^2]_{\lambda=\lambda_1} = \frac{1}{2} t^2 \exp(\lambda_1 t)$$

и

$$\exp(\mathbf{W}t) = \left[\frac{1}{2} (\mathbf{W} - \lambda_1 \mathbf{E})^2 t^2 + (\mathbf{W} - \lambda_1 \mathbf{E})t + \mathbf{E} \right] \exp(\lambda_1 t), \quad (\text{B.8})$$

$$\int_0^t \exp[\mathbf{W}(t-\tau)] d\tau = \frac{1}{2} (\mathbf{W} - \lambda_1 \mathbf{E})^2 \varphi_3(\lambda_1, t) + \\ + (\mathbf{W} - \lambda_1 \mathbf{E})^2 \varphi_2(\lambda_1, t) + \mathbf{E} \varphi_1(\lambda_1, t). \quad (\text{B.9})$$

Здесь

$$\varphi_1(y, t) = \frac{1}{y} [\exp(yt) - 1],$$

$$\varphi_2(y, t) = \frac{1}{y} [t \exp(yt) - \varphi_1(y, t)],$$

$$\varphi_3(y, t) = \frac{1}{y} [t^2 \exp(yt) - 2\varphi_2(y, t)].$$

Список литературы

1. Kodama R. H. // J. Magn. Magn. Mater., 1999, **200**, p. 359.
2. Kitakami O., Sato H., Shimada Y., Sato F., Tanaka M. // Phys. Rev. B, 1998, **56**, p. 13849.
3. Lederman M., Fredkin D. R., O'Barr R., Schultz S., Ozaki M. // J. Appl. Phys., 1994, **75** (10), p. 6217.
4. Wernsdorfer W., Bonet Orozco E., Hasselbach K., Benoit A., Barbara B., Demoncey N., Loiseau A., Pascard H., Maily D. // Phys. Rev. Lett., 1997, **78**, p. 1791.
5. Wernsdorfer W., Bonet Orozco E., Hasselbach K., Benoit A., Maily D., Kubo O., Nakano H., Barbara B. // Phys. Rev. Lett., 1997, **79**, p. 4014.
6. Blakemore R. // Science, 1975, **190**, p. 377.
7. Šafařík I., Šafaříkova M. // Monatshefte für Chemie, 2002, **133**, p. 737.
8. Landau L., Lifshitz E. // Phys. Zs. d. Sowjetunion, 1935, **8** (2), p. 153.
9. Ахиезер А. И., Барьяхтар В. Г., Пелетминский С. В. Спиновые волны. — М.: Наука, 1967.
10. Frenkel J. I., Dorfman J. G. // Nature, 1930, **126**, p. 274.
11. Кондорский Е. И. // ДАН СССР, 1950, **70** (2), с. 215.
12. Кондорский Е. И. // ДАН СССР, 1950, **74** (2), с. 213.
13. Кондорский Е. И. // ДАН СССР, 1952, **82** (3), с. 365.
14. Brown W. F., Jr, Micromagnetics. — John Wiley, New York, 1963.
15. Brown W. F., Jr. // Phys. Rev., 1957, **105**, p. 1479.
16. Brown W. F., Jr. // Bull. Amer. Soc. (Ser. 2), 1956, **1**, p. 323.
17. Frei E. H., Shtrikman S., Treves D. // Phys. Rev., 1957, **106**, p. 446.
18. Aharoni A. // Phys. Stat. Sol., 1966, **16** (3), p. 3.
19. Schabes M. E., Bertram H. N. // J. Appl. Phys., 1988, **64** (3), p. 1347.
20. Schabes M. E. // J. Magn. Magn. Mater., 1991, **95**, p. 249.
21. Ying Dong Yan, Della Torre E. // J. Appl. Phys., 1989, **66** (1), p. 320.
22. Lu Hua, Bishop J. E. L., Tucker J. W. // J. Magn. Magn. Mater., 1994, **131**, p. 285.
23. Williams W., Dunlop D. J. // Nature, 1989, **337**, p. 634.

24. Fabian K., Kirchter A., Williams W., Heider F., Leibl T., Hubert A. // *Geophys. J. Int.*, 1996, **124**, p. 89.
25. Usov N. A., Peschany S. E. // *J. Magn. Magn. Mater.*, 1994, **130**, p. 275.
26. Usov N. A., Peschany S. E. // *J. Magn. Magn. Mater.*, 1994, **135**, p. 111.
27. Amar H. // *J. Appl. Phys.*, 1958, **29**, p. 542.
28. Moon T. S., Merrill R. T. // *Phys. Earth Planet. Inter.*, 1984, **34**, p. 186.
29. Moon T. S., Merrill R. T. // *Phys. Earth Planet. Inter.*, 1985, **37**, p. 214.
30. Moon T. S., Merrill R. T. // *J. Geophys. Res.*, 1988, **93**, p. 9202.
31. Enkin R. J., Dunlop D. J. // *J. Geophys. Res.*, 1987, **92**, p. 12726.
32. Xu S., Merrill R. T. // *J. Geophys. Res.*, 1990, **95** (B13), p. 21433.
33. Ye J., Merrill R. T. // *Geophys. Res. Lett.*, 1991, **18** (4), p. 593.
34. Щербаков В. П., Ламаш Б. Е., Щербакова В. В. *Физика магнетизма горных пород*. — М.: Ин-т физики Земли им. О. Ю. Шмидта, 1991.
35. Бухараев А. А., Овчинников Д. В., Нургазизов Н. И., Куковицкий Е. Ф., Кляйбер М., Вейзендангер Р. // *ФТТ*, 1998, **40** (7), с. 1277.
36. Stoner E. C., Wohlfarth E. P. // *Phil. Trans. Roy. Soc. A (London)*, 1948, **240**, p. 599.
37. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. *Электродинамика сплошных сред*. — М.: Наука, 1982.
38. Вонсовский С. В. *Магнетизм*. — М.: Наука, 1971.
39. Néel L. // *Adv. Phys.*, 1955, **4** (14), p. 99.
40. Бернер Р., Кронмюллер Г., *Пластическая деформация кристаллов*. — М.: Мир, 1969.
41. Dunlop D. J., Ozima M., Kinoshita H. // *J. Geomagn. and Geoelec.*, 1969, **21** (2), p. 513.
42. Кондорский Е. И. // *ЖЭТФ*, 1940, **10**, с. 420.
43. Мишин Д. Д., Гришечкин Р. М., Марьин Г. А. // *Материалы ММК-78*, т. 3. — М.: Наука, 1974.
44. Salling C., O'Barr R., Schultz S., McFadyen I., Ozaki M. // *J. Appl. Phys.*, 1994, **75** (12), p. 7989.
45. Jacobs I. S., Bean C. P. // *Phys. Rev.*, 1955, **100** (4), p. 1060.
46. Schabes M. E., Bertram H. N. // *J. Appl. Phys.*, 1988, **64**, p. 5832.
47. Haneda K., Morrish A. H. // *Surf. Sci.*, 1978, **77**, p. 584.
48. Papaefthymiou V., Kostikas A., Simopoulos A., Niarchos D., Gango-padyay S., Hadjipanayis G. C., Sorensen C. M., Klabunde K. J. // *J. Appl. Phys.*, 1990, **67** (9), p. 4487.
49. Yang J.-S., Chang C.-R. // *Phys. Rev. B*, 1994, **49**, p. 11877.
50. Sawatzky G. A., Van Der Woude F., Morrish A. H. // *Phys. Rev.*, 1969, **187**, p. 747.

51. Grigorova M., Blythe H. J., Blaskov V., Rusanov V., Petkov V., Mashaeva V., Nihtianova D., Martinez Ll. M., Muñoz J. S., Mikhov M. // *J. Magn. Magn. Mater.*, 1998, **183**, p. 163.
52. Kishimoto M., Kitaoka S., Andoh H., Amemiya M., Hayama F. // *IEEE Trans. Magn.*, 1981, **MAG-17**, p. 3029.
53. Гапеев А. К., Цельмович В. А. // *Изв. АН СССР, Физика Земли*, 1988, 10, с. 42.
54. Артёмова Т. Г., Гапеев А. К. // *Изв. АН СССР, Физика Земли*, 1988, 12, с. 82.
55. Гапеев А. К., Цельмович В. А. // *Изв. АН СССР, Физика Земли*, 1986, 4, с. 100.
56. Stavn M. J., Morrish A. H. // *IEEE Trans. Magn.*, 1979, **MAG-15** (5), p. 1235.
57. Yang J.-S., Chang C.-R. // *J. Appl. Phys.*, 1991, **69** (11), p. 7756.
58. Aharoni A. // *J. Appl. Phys.*, 1987, **62**, p. 2576.
59. Aharoni A. // *J. Appl. Phys.*, 1988, **63**, p. 4605.
60. Schabes M. E., Bertram H. N. // *J. Appl. Phys.*, 1990, **67**, p. 5149.
61. Крюков И. И., Манаков Н. А. // *ФММ*, 1983, **56** (1), с. 5.
62. Крюков И. И., Манаков Н. А., Садков В. Б. // *ФММ*, 1985, **59** (3), с. 445.
63. Brown W. F., Jr. // *Phys. Rev.*, 1963, **130**, p. 1677.
64. Berkowitz A. E. // *IEEE Trans. Magn.*, 1986, **MAG-22**, p. 466.
65. Néel L. // *Ann. Geophys.*, 1949, 5, p. 99.
66. Lyberatos A., Chantrell R. W. // *J. Appl. Phys.*, 1993, **73** (10), p. 6501.
67. Klik I., Gunther L. // *J. Appl. Phys.*, 1990, **67** (9), p. 4505.
68. Merikoski J., Timonen J., Manninen M., Jena P. // *Phys. Rev. Lett.*, 1991, **66**, p. 938.
69. Bucher J. P., Bloomfield L. A. // *Phys. Rev. B*, 1992, **45**, p. 2537.
70. Dimitrov D. A., Wysin G. M. // *Phys. Rev. B*, 1996, **54**, p. 9237.
71. Hinzke D., Nowak U. // *Phys. Rev. B*, 1998, **58** (1), p. 265.
72. Вонсовский С. В., Шур Я. С. Ферромагнетизм. — М.: Гостехиздат, 1948.
73. Kneller E. *Ferromagnetismus*. — Berlin, 1962.
74. Бозорт Р. М. Ферромагнетизм. — М.: ИЛ, 1973.
75. Néel L. // *Ann. Geophys.*, 1949, 4, p. 249.
76. Белоконь В. И., Кочегура В. В., Шолпо Л. Е. Методы исследования горных пород. — Л.: Недра, 1973.
77. Шолпо Л. Е.: Автореф. . . д-ра физ.-мат. наук. — М.: ИФЗ АН СССР, 1970.
78. Зверева В. И., Иванов О. А., Ермаков А. Е. // *ФММ*, 1973, **36** (3), с. 493.

79. Zvereva V. J., Ivanov O. E. // *Phys. Stat. Sol. (a)*, 1974, **21** (1), p. 269.
80. Зверева В. И., Иванов О. Е., Ермаков А. Е. // *ФММ*, 1975, **39** (4), с. 763.
81. Максимов С. А., Герасимов В. П. // *Изв. высш. учебных заведений*, 1974, 5, с. 46.
82. Ioffe J., Heuberger R. // *Phil. Mag.*, 1974, **29** (5), p. 1051.
83. Braun H.-B., Bertram H. N. // *J. Appl. Phys.*, 1994, **75** (9), p. 4609.
84. Шашканов В. А., Металлова В. В. // *Изв. АН СССР, Физика Земли*, 1970, 9, с. 102.
85. Street R., Woolley Y. C. // *Proc. Phys. Soc. A (London)*, 1949, **62** (35), p. 71.
86. Тропин Ю. Д., Стречкул И. А. // *Изв. АН СССР, Физика Земли*, 1972, 8, с. 109.
87. Шолпо Л. Е., Белоконь В. И. // *Изв. АН СССР, Физика Земли*, 1969, 8, с. 70.
88. Syono Y. // *Japan. J. Geophys.*, 1965, **4** (1), p. 71.
89. Ozima M., Nagata T. // *J. Geomagn. and Geoelectr.*, 1964, **16** (1), p. 37.
90. Nagata T. // *J. Geomagn. and Geoelectr.*, 1965, **17** (3–4), p. 318.
91. Ozima M., Ozima A. // *J. Geomagn. and Geoelectr.*, 1964, 3, p. 165.
92. Kobayashi K., Fuller M. // *Geomagn. and Geoph. Un.*, 1966, **47** (1), p. 9.
93. Петров И. Н., Металлова В. В. // *Изв. АН СССР, Физика Земли*, 1968, 9, с. 71.
94. Kobayashi K., Fuller M. // *Philos. Mag.*, 1968, 18 (153), p. 601.
95. Петров И. Н., Металлова В. В. // *Изв. АН СССР, Физика Земли*, 1969, 12, с. 78.
96. Петров И. Н., Металлова В. В. // *Изв. АН СССР, Физика Земли*, 1971, 1, с. 85.
97. Петров И. Н., Металлова В. В. // *Изв. АН СССР, Физика Земли*, 1972, 9, с. 104.
98. Петров И. Н., Металлова В. В. // *Уч. записки ЛГУ*, 1973, 372, с. 12.
99. Нагата Т. *Магнетизм горных пород*. — М.: Мир, 1965.
100. Dunlop D. J. // *J. Geophys. Rev.*, 1973, **78** (32), p. 7602.
101. Smidt V. A. // *Earth and Planet Sci. Lett.*, 1973, **20** (3), p. 440.
102. Шашканов В. А., Металлова В. В. // *Изв. АН СССР, Физика Земли*, 1972, 3, с. 80.
103. Soffel H. // *J. Geophys.*, 1970, **36** (3), p. 237.
104. Щербakov В. П.: *Дисс. ... д-ра физ.-мат. наук*. — М.: ИФЗ АН СССР, 1989.
105. Shecherbakov V. P., Lamash V. E., Sycheva N. K. // *Phys. Earth Planet. Inter.*, 1995, **87**, p. 197.

106. Щербаков В. П., Ламаш Б. Е., Сычева Н. К. // Изв. РАН, Физика Земли, 1998, 8, с. 80.
107. Шашканов В. А.: Автореф. . . . канд. физ.-мат. наук. — Л.: ЛГУ, 1971.
108. Nagata T., Kinoshita H. // J. Geomagn. and Geoelectr., 1965, 17, p. 121.
109. Калашников А. Г., Капица С. П. // ДАН СССР, 1952, **86** (3), с. 521.
110. Stacey F., Johnston M. // Pure and Appl. Geophys., 1972, **97** (5), p. 146.
111. Грабовский М. А., Пархоменко Е. И. // Изв. АН СССР, Геофизика, 1953, сер. 5, с. 405.
112. Nagata T. // Tectonophysics, 1970, **9** (2–3), p. 167.
113. Nagata T., Carleton B. J. // J. Geomagn. and Geoelectr., 1968, **20** (3), p. 115.
114. Nagata T., Carleton B. J. // J. Geomagn. and Geoelectr., 1969, **21**, p. 623.
115. Вадковский В. Н.: Автореф. . . . канд. физ.-мат. наук. — М.: ИФЗ АН СССР, 1963.
116. Nagata T. // Pure and Appl. Geophys., 1970, **78**, p. 110.
117. Domen M. // Bull. Fac. Educ. Yamaguchi Univ., Japan, 1969.
118. Ohnaka M. // J. Geomagn. and Geoelectr., 1969, **21** (2), p. 495.
119. Kobayashi K. // J. Geomagn. Geoelectr., 1971, **12** (3), p. 148.
120. Вигилянская Л. И., Третьяк А. Н. // Геофиз. сб., Киев, 1974, вып. 57, с. 76.
121. Вигилянская Л. И., Третьяк А. Н., Молоствовский Э. А. // Геофиз. сб., Киев, 1974, вып. 62, с. 75.
122. Вигилянская Л. И., Автореф. . . . канд. геол.-мин. наук. — Киев: Ин-т геофизики АН УССР, 1976.
123. Нгуен Тхи Ким Тхоа, Печерский Д. М. // Изв. АН СССР, Физика Земли, 1984, 5, с. 48.
124. Hoye G. S., O'Reilly W. // Geophys. J. R. Astron. Soc., 1973, **33**, p. 81.
125. Hoye G. S., Evans M. E. // Geophys. J. R. Astron. Soc., 1975, **41** (1), p. 139.
126. Хайг Г. // В кн. «Палеомагнетизм» / Под ред. Г. Н. Петровой, с. 67. — М.: ИЛ, 1962.
127. Stacey F. D., Banerjee S. K. The physical principles of rocks magnetism. — New York: Elsevier, 1974.
128. Нгуен Тхи Ким Тхоа // Изв. АН СССР. Физика Земли, 1985, 7, с. 100.
129. Нгуен Тхи Ким Тхоа, Печерский Д. М. // Изв. АН СССР, Физика Земли, 1985, 8, с. 92.
130. Нгуен Ким Тхи Тхоа: Дисс. . . . д-ра физ.-мат. наук. — М.: ИФЗ АН СССР, 1985.
131. Петрова Г. Н. Лабораторная оценка стабильности остаточной намагниченности горных пород. — М.: Изд-во АН СССР, 1961.

132. Третьяк А. Н. Естественная остаточная намагниченность и проблема палеомагнитной стратиграфии осадочных толщ. — Киев: Наукова Думка, 1983.
133. Dunlop D. J. // *Philos. Mag.*, 1969, **19** (158), p. 369.
134. Щербаков В. П. // *ФММ*, 1979, **48** (6), с. 1134.
135. Берков Д. В., Мешков С. В. // *ЖЭТФ*, 1988, **82** (5), с. 5.
136. Кокорин В. В., Перекос А. Е., Чуистов К. В. // *ФММ*, 1977, **43** (5), с. 966.
137. Белоконов В. И., Сёмкин С. В. // *ЖЭТФ*, 1992, **101** (10), с. 1254.
138. Белоконов В. И., Сёмкин С. В. // *ЖЭТФ*, 1993, **104** (5), с. 3784.
139. Белоконов В. И., Сёмкин С. В. // *Поверхность*, 1996, 10, с. 16.
140. Альмиев А. С., Ралин А. Ю., Харитонский П. В. // *ФММ*, 1994, **78** (1), с. 28.
141. Dormann J. L., Bessais L., Fiorani D. // *J. Phys. C: Solid State Phys.*, 1988, **21**, p. 2015.
142. Mørup S., Tronc E. // *Phys. Rev. Lett.*, 1994, **72**, p. 3278.
143. Hansen M. F., Mørup S. // *J. Magn. Magn. Mater.*, 1998, **184**, p. 262.
144. Чандрасекхар С. Стохастические проблемы в физике и астрономии. — М.: ИЛ, 1947.
145. Афремов Л. Л., Белоконов В. И. // *Изв. АН СССР, Физика Земли*, 1977, 3, с. 104.
146. Шолпо Л. Е. // *Изв. АН СССР. Физика Земли*, 1970, 8.
147. Эльсгольц Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. — М.: Наука, 1969.
148. Владимиров В. С. Уравнения математической физики. — М.: Наука, 1971.
149. Афремов Л. Л., Харитонский П. В., Ралин А. Ю. // В сб. «Химическая намагниченность: теория и эксперимент», с. 27. — Владивосток: Изд-во ДВГУ, 1991.
150. Афремов Л. Л., Белоконов В. И. // *Изв. АН СССР, Физика Земли*, 1979, 4, с. 122.
151. Афремов Л. Л., Белоконов В. И. // *Изв. АН СССР, Физика Земли*, 1980, 2, с. 101.
152. Шолпо Л. Е. Использование магнетизма горных пород для решения геологических задач. — Л.: Недра, 1977.
153. Крупицка С. Физика ферритов и родственных им магнитных окислов. В 2-х т. Пер. с нем. / Под ред. Пахомова А. С. — М.: Мир, 1981, т. 2.
154. Dunlop D. J. // *Rep. Prog. Phys.*, 1990, **53**, p. 707.
155. Dunlop D. J. // *J. Geophys. Res.*, 1973, **78**, p. 1780.
156. Dunlop D. J., Bina M. M. // *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 1977, **51**, p. 121.

157. Newell A. J., Dunlop D. J., Enkin R. J. // *Phys. Earth Planet. Inter.*, 1990, **65**, p. 165.
158. Heider F., Williams W. // *Geophys. Res. Lett.*, 1988, **15**, p. 184.
159. Butler R. F., Banerjee S. K. // *J. Geophys. Res.*, 1975, **80**, p. 4049.
160. Petersen N., Weiss D. G., Vali H. // *Geomagnetism and Paleomagnetism* / Eds. Lowes F. J. et al., p. 231. — Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, NATO ASI Series C, 1989, v. **261**.
161. Тикадзуми С. Физика ферромагнетизма. т. 2. Магнитные характеристики и практические примечания: пер. с японского. — М.: Мир, 1987.
162. Пугачёв В. С. Введение в теорию вероятностей. — М.: Наука, 1968.
163. Щербаков В. П., Щербакова В. В. // *Изв. АН СССР, Физика Земли*, 1975, 9, с. 101.
164. Щербаков В. П., Щербакова В. В. // *Изв. АН СССР, Физика Земли*, 1977, 6, с. 69.
165. Белоконь В. И. // *Изв. АН СССР, Физика Земли*, 1985, 2, с. 55.
166. Белоконь В. И., Харитонский П. В. // *Изв. АН СССР, Физика Земли*, 1985, 9, с. 106.
167. Паркинсон У. Введение в геомагнетизм. — М.: Мир, 1986.
168. Афремов Л. Л., Белоконь В. И. // В сб. «Методы палеомагнетизма в решении геологических задач (на примере Дальнего Востока)», с. 179. — Владивосток, 1982.
169. Борисова Г. П., Шолпо Л. Е. // *Изв. АН СССР, Физика Земли*, 1985, 7, с. 71.
170. Ивановский В. И., Черникова Л. А. Физика магнитных явлений. Семинары. / Под ред. проф. Е. И. Кондорского. — М.: Изд-во МГУ, 1981.
171. Абрамов Г. Ф., Белоконь В. И. // В сб. «Постоянное геомагнитное поле, магнетизм горных пород и палеомагнетизм», ч. 2, с. 3. — Тбилиси, 1984.
172. Белоконь В. И. // В сб. «Применение методов класс. и квант. теории к реш. физ. задач», с. 117. — Куйбышев, 1983.
173. Щербаков В. П., Федотова М. А. // *Изв. АН СССР, Физика Земли*, 1981, 12, с. 79.
174. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. — М.: Изд-во физ.-мат. лит-ры, 1962.
175. Белоконь В. И. // *Изв. АН СССР, Физика Земли*, 1980, 2, с. 106.
176. Щербаков В. П. // *ФТТ*, 1978, 12, с. 3721.
177. Афремов Л. Л., Белоконь В. И. // В сб.: «Магнетизм горных пород», с. 10. — Владивосток: Изд-во ДВГУ, 1974.

178. Свешников А. Г., Тихонов А. Н. Теория функций комплексной переменной. — М.: Наука, 1967.
179. Doell R. M. // *Adv. Phys.*, 1957, **3** (23), p. 327.
180. Браун М., Доллимор Д., Галвей А. Реакции твёрдых тел. — М.: Мир, 1983.
181. Патнис А., Мак-Коннелл Дж. Основные черты поведения минералов. — М.: Мир, 1983.
182. Палеомагнитология. / Под ред. А. Н. Храмова. — Л.: Недра, 1982.
183. Петрова Г. Н. // *Геомагнитные исследования*, 1977, **19**, с. 40.
184. Иванов В. А., Шолпо Л. Е. // *Изв. АН СССР, Физика Земли*, 1982, **8**, с. 84.
185. Иванов В. А., Хабурзания И. А., Шолпо Л. Е. // *Изв. АН СССР, Физика Земли*, 1981, **1**, с. 55.
186. Нгуен Тхи Ким Тхоа. — М., 1985, Деп. в ВИНТИ 5.07.1985, 4886-85.
187. Авилова Т. Е., Багин В. И., Гендлер Т. С. // *Изв. АН СССР, Физика Земли*, 1985, **4**, с. 67.
188. Афремов Л. Л., Белоконь В. И. // В сб. «Постоянное геомагнитное поле, магнетизм горных пород и палеомагнетизм», ч. 2, с. 4. — Тбилиси, 1981.
189. Харитонский П. В., Афремов Л. Л. // В сб. «Палеонапряженность: физические основы и методы исследования», с. 3. — Владивосток, 1986.
190. Харитонский П. В., Афремов Л. Л. // В сб. «Палеонапряженность: физические основы и методы исследования», с. 11. — Владивосток, 1986.
191. Fuller M. D. // *Nature*, 1960, **186** (4727), p. 791.
192. Печерский Д. М. // В сб. «Настоящее и прошлое поля Земли», с. 143. — М., 1965.
193. Шолпо Г. П., Шолпо Л. Е. // *Изв. АН СССР, Физика Земли*, 1976, **5**, с. 48.
194. Prené P., Tronc E., Jolivet J. P., Livage J., Cherkaoui R., Noguès M., Dormann J. L., Fiorani D. // *IEEE Trans. Magn.*, 1993, **29**, p. 2658.

Оглавление

Введение	3
Глава 1. Магнитные состояния и магнитные свойства ансамблей одно- и квазиоднодоменных частиц	7
1.1. Распределение намагниченности в малом зерне	11
1.1.1. Намагничивание однодоменных частиц	14
1.1.2. Намагничивание квазиоднодоменных частиц	17
1.2. Магнитные состояния гетерогенных частиц	17
1.3. Влияние термических флуктуаций на магнитные состояния ансамбля малых частиц	20
1.4. Некоторые виды остаточной намагниченности	22
1.4.1. Нормальная остаточная намагниченность	22
1.4.2. Вязкая намагниченность	24
1.4.3. Термовязкая намагниченность	26
1.4.4. Переходная термоостаточная намагниченность	28
1.4.5. Термоостаточная намагниченность	29
1.4.6. Влияние механических нагрузок на процессы намагничивания	29
1.4.7. Кристаллизационная намагниченность	34
1.5. Магнитостатическое взаимодействие в ансамбле малых частиц	38
Глава 2. Магнитные состояния химически однородных однодоменных зёрен	40
2.1. Равновесные состояния магнитного момента однодоменной неферрической частицы	41
2.1.1. Магнитные состояния зерна с $k_A > 0$, $k_N > 0$	42
2.1.2. Температурная зависимость критического поля однодоменной частицы	44
2.1.3. Зависимость магнитного состояния однодоменной частицы от знака констант анизотропии	45
2.2. Влияние механических напряжений на магнитные состояния однодоменных частиц	46
2.3. Магнитные состояния кристаллов с кубической симметрией	48
Глава 3. Магнитные состояния гетерогенных частиц	53
3.1. Распределение магнитного момента в гетерогенном зерне	53

3.2.	Магнитные состояния двухфазных частиц	57
3.2.1.	Модель двухфазной частицы	57
3.2.2.	Равновесные состояния двухфазной частицы	58
3.2.3.	Основные и метастабильные состояния двухфазной частицы	61
3.3.	Влияние температуры на магнитные состояния гетерогенных частиц	65
3.3.1.	Распределение двухфазных частиц по состояниям	65
3.3.2.	Диаграммы магнитных состояний суперпарамагнитных двухфазных частиц	67
Глава 4.	Устойчивость магнитных состояний одно- и квазиоднодоменных частиц	70
4.1.	Модель двухдоменной частицы	70
4.2.	Устойчивость магнитных состояний однородно намагниченной гомогенной частицы	73
4.2.1.	Основные и метастабильные состояния зёрен магнетита	73
4.2.2.	Анализ результатов моделирования для магнетита	75
4.2.3.	Критические размеры частиц железа	77
4.3.	Магнитные состояния гетерогенных частиц	80
Глава 5.	Магнитные свойства системы химически однородных невзаимодействующих частиц	82
5.1.	Нормальная остаточная намагниченность и её коэрцитивный спектр	83
5.2.	Влияние знака констант анизотропии на процесс намагничивания	88
5.3.	Термическое возбуждение однодоменных частиц. Вязкая намагниченность	93
5.4.	Переходная термоостаточная намагниченность и «память» в системе однодоменных частиц	95
5.5.	Различные виды пьезоостаточной намагниченности	100
5.6.	Влияние наведённой анизотропии на остаточную намагниченность и начальную восприимчивость системы однодоменных частиц	110
5.7.	Гистерезисные характеристики многоосных частиц	115
Глава 6.	Магнитостатическое взаимодействие в ансамбле малых частиц	121
6.1.	Особенности магнитостатического взаимодействия в ансамбле растущих однодоменных зёрен	121
6.2.	Зависимость магнитостатического взаимодействия от размерности ансамбля	126

6.2.1. Малые концентрации	127
6.2.2. Большие концентрации	131
6.3. Распределение магнитных моментов системы однодоменных взаимодействующих частиц	132
6.4. Магнитостатическое взаимодействие в системе двухфазных частиц	135
Глава 7. Намагничивание ансамбля гомогенных взаимодействующих частиц	138
7.1. Нормальная остаточная намагниченность в системе однодоменных взаимодействующих частиц	138
7.2. Кристаллизационная намагниченность	140
7.3. Некоторые диагностические признаки термоостаточной и химической намагниченностей ансамбля однодоменных частиц	146
7.3.1. Термоостаточная намагниченность	148
7.3.2. Химическая остаточная намагниченность	150
7.3.3. Идеальная намагниченность	150
7.3.4. Сравнение отношений R_t и R_c	151
7.4. Особенности процесса намагничивания в ансамблях разной конфигурации	153
7.5. Анизотропия остаточной намагниченности как результат магнитостатического взаимодействия частиц	155
Глава 8. Магнитные свойства системы гетерогенных зёрен	159
8.1. Время релаксации и вязкая намагниченность ансамбля не взаимодействующих двухфазных частиц	160
8.2. Гистерезисные свойства и остаточная намагниченность ансамбля не взаимодействующих двухфазных зёрен титаномагнетита	161
8.3. Влияние межфазного обменного взаимодействия на намагничивание ансамбля частиц $\text{Co}-\gamma\text{-Fe}_2\text{O}_3$	163
8.4. Влияние магнитостатического взаимодействия на гистерезисные характеристики ансамбля химически неоднородных частиц	167
Заключение	170
Приложение А. Магнитостатическая энергия двухфазного зерна	173
Приложение Б. Выражения для энергетических барьеров двухфазной частицы	175
Приложение В. Выражение матричной экспоненты через матрицу переходов	178
Список литературы	181

Научное издание

Афремов Леонид Лазаревич
Панов Андрей Валентинович

**ОСТАТОЧНАЯ НАМАГНИЧЕННОСТЬ
УЛЬТРАДИСПЕРСНЫХ МАГНЕТИКОВ**

Монография

Редакторы Т. Л. Федотова, С. В. Корытко
Компьютерная вёрстка: А. В. Панов
Дизайн обложки: С. В. Корытко

Подписано в печать 16.04.04.
Формат $60 \times 84^{1/16}$. Усл. печ. л. 11,16. Уч.-изд. л. 9,20.
Тираж 300 экз. Заказ 62.

Издательство Дальневосточного университета
690950, г. Владивосток, ул. Октябрьская, 27

Отпечатано в типографии
Издательско-полиграфического комплекса ДВГУ
690950, г. Владивосток, ул. Алеутская, 56